標準偏差の信頼限界・平均値の信頼区間計算

HenkanV2.0～2016/03/10

(17)“sinrai”シート

境界(筆界)の位置を現地に明示する場合に，果たして計算された位置でいいのだろうかと悩む事があります。

計算の基になっている地図，地積測量図等にはその当時の測量誤差が含まれています，また現時点の測量成果にも測量誤差があります。

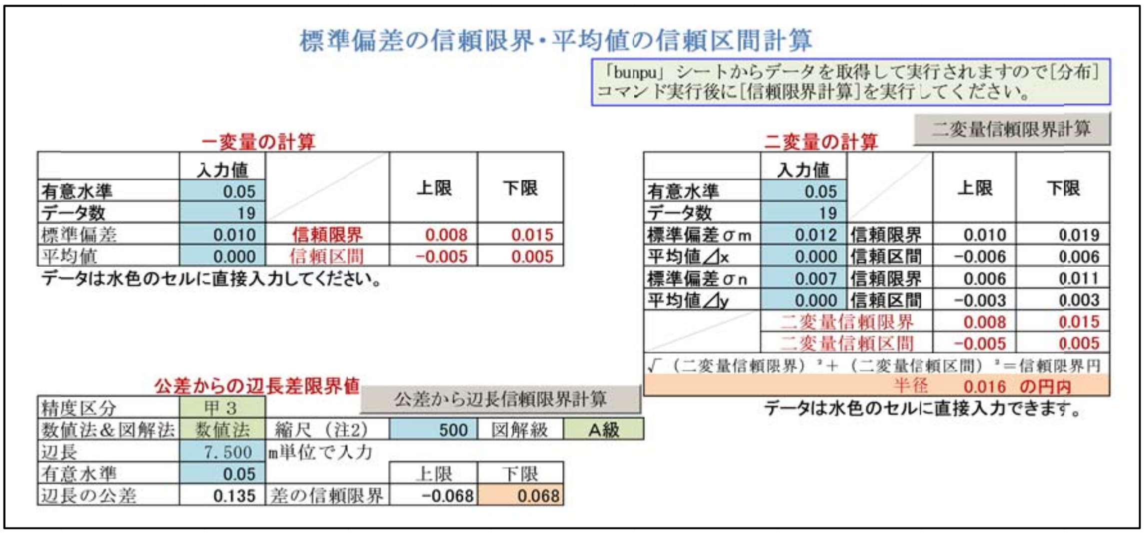
基点にした多角点，境界点，引照点にはそれぞれ程度の差があるにしても経年変化という誤差が含まれています。

境界標を管理している土地所有者，管理者が認識している位置と計算位置との間に認識のズレがあることもあります，このような様々な条件の中で「位置誤差の移動範囲」をどの程度まで認めていいのだろうかという事が現地で問題となります。

ここではその限界量を計算で求める方法を紹介いたします。Henkan ログラム(Book)の“sinrai”シートで結果が表示されますので，実際の決定はこの値を参考にしながら決定してください。

“Helmert”“Affine”“Muhen”シート等から準拠点(基準にする点)選択完了後に 分布 コマンド実行後に “sinrai”シートに移動してから 信頼限界計算 コマンドを実行してください。これは「bunpu」シートからデータを取得して計算する為です。

“sinrai”シート全体図


標準偏差の信頼限界・平均値の信頼区間計算

「bunpu」シートからデータを取得して実行されますので[分布]コマンド実行後に[信頼限界計算]を実行してください。

一変量の計算

	入力値		上限	下限
有意水準	0.05			
データ数	19			
標準偏差	0.010	信頼限界	0.008	0.015
平均値	0.000	信頼区間	-0.005	0.005

データは水色のセルに直接入力してください。

二変量の計算　　二変量信頼限界計算

	入力値		上限	下限
有意水準	0.05			
データ数	19			
標準偏差σm	0.012	信頼限界	0.010	0.019
平均値⊿x	0.000	信頼区間	-0.006	0.006
標準偏差σn	0.007	信頼限界	0.006	0.011
平均値⊿y	0.000	信頼区間	-0.003	0.003
	二変量信頼限界		0.008	0.015
	二変量信頼区間		-0.005	0.005

√（二変量信頼限界）²＋（二変量信頼区間）²＝信頼限界円
半径 0.016 の円内

データは水色のセルに直接入力できます。

公差からの辺長差限界値　　公差から辺長信頼限界計算

精度区分	甲３				
数値法＆図解法	数値法	縮尺（注2）	500	図解級	A級
辺長	7.500	m単位で入力			
有意水準	0.05		上限	下限	
辺長の公差	0.135	差の信頼限界	-0.068	0.068	

左が一変量のデータの計算です，このデータ欄(水色のセル)にはデータ転送されますので水色のセルに入力して使います。

その下が「公差からの辺長差の限界値」を求める計算表です，国土調査法施行例別表4の

計算式にしたがっております。

DID地区を別表4と同じベースで考察し，公差40mm，平均二乗誤差13mm，辺長差の計算式＝0.013＋0.002$\sqrt{s}$　で計算しています。

図解級は原則「A級」ですれば適切と考えますが国土調査地籍図以外の精度の低い図解法図面では「B級」が適切と考えます，各自で判断してください。

右が二変量のデータの計算です，このデータ欄（水色のセル）には二変量データ，誤差楕円の長軸，短軸のデータが転送されます。

入力値の説明

有意水準は 0.01（精度の高いデータ），0.05（一般に使われる精度が期待できるデータ），0.10（自然界などから得られるデータ）です。測量成果は 0.05（5%）を使用してください。

データ数はサンプル数（実際の準拠点（基準にする点）数）です。

標準偏差はサンプルの標準偏差（実際に計算された標準偏差）です。

二変量の標準偏差（長軸）（短軸）の値は Henkn プログラムで　分布　コマンド実行後に求められ"bunpu"シートにσm，σn で表示されます。　信頼限界計算　コマンドが実行されればこの値が転送されてきます。

平均値はデータの平均です，最小二乗法による場合は0です。

水色のセルに直接入力も出来ますので Henkan プログラム（Book）に関係なく単独で計算できます。

考え方

同じ標準偏差であっても元になるデータ数が違えばデータの信頼度は異なります。データ数が多ければ信頼度は高いですしデータ数が少なければ信頼度が低いと言えます。標準偏差の信頼限界値はデータが正規分布であるとして計算するものです。

信頼限界（χ^2分布）

$k_1=\chi^2_{(1-\frac{\alpha}{2},n-1)}$，$k_2=\chi^2_{(\frac{\alpha}{2},n-1)}$　*[2]　（αは有意水準，nはデータ数）

エクセル関数では CHIINV((1−α/2,n−1), CHIINV((α/2),n−1)　　αは有意水準，nはデータ数　で求めます。

母標準偏差下限$=\sqrt{\frac{n\sigma^2}{k_1}}$　σは標本標準偏差

母標準偏差上限$=\sqrt{\frac{n\sigma^2}{k_2}}$　　です。

平均値の信頼区間（t分布）

$k=t_{(\frac{\alpha}{2},n-1)}$　（αは有意水準，nはデータ数）

エクセル関数　TINV(α,n-1)　*[1]　αは有意水準，nはデータ数　で求めます。(エクセルはα/2 ではなくα)

平均値の信頼区間

$下限=\bar{X}-k\times\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$　　$\bar{x}$　は平均値

$上限=\bar{X}+k\times\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$　の範囲になります。

*[1]　エクセルでは確率からt値を求める場合は両側確率からしか計算が出来ない。

*[2]　（k_2の n を n-1 に修正）

境界（筆界）位置の決め方

計算位置から360°フリーの範囲で決める場合は2変量の値を参照します。

一定方向に向かって位置を決める場合は1変量の値を参照します。

例えば，道路境界線上に民々の境界を決めたい場合などです。

例1（下表）の説明

一変量の計算

	入力値		上限	下限
有意水準	0.05			
データ数	10			
標準偏差	0.010	信頼限界	0.007	0.019
平均値	0.000	信頼区間	-0.007	0.007

最初に平均値の信頼区間についてです，最小二乗法による結果の場合，平均値は原則0.000として考えますので最小二乗法による座標変換結果では0．000±0．007とします。

標準偏差の限界値，つまり計算値からどの程度の範囲までなら移動しても問題でない距離が限界値です，この表では標準偏差10mm のとき19mm の幅の中にあれば計算上問題にならないと言うことです，限界ですから最悪の場合を想定した場合です。

これに平均値の移動を誤差伝播の法則（$=\sqrt{(信頼区間^2+信頼限界^2)}$）に従って計算すれば上限値は$\sqrt{(7^2+7^2)}=10$，下限値は$\sqrt{(19^2+7^2)}=20$となります。(座標値は一変量ではありませんので計算結果は表示していません)。

公差からの辺長差限界値計算

例2（下表）の説明

この表はいまだに辺長差で判断される土地家屋調査士が多いことと「公差内ですから・・・・」という説明をされます，しかし公差とは「最悪ここまでなら・・・」とうことです，一般的にはどの程度の値が限界，許せる値なのかを知っておくために作成しました。

国土調査法施行例別表4のデータにとどまらず，お手持ちの図面であっても計算できるようにしてあります。

公差からの辺長差限界値

公差から辺長信頼限界計算

精度区分	甲３				
数値法＆図解法	数値法	縮尺（注2）	500	図解級	A級
辺長	7.500	m単位で入力			
有意水準	0.05		上限	下限	
辺長の公差	0.135	差の信頼限界	−0.068	0.068	

（注1）　国土調査法施行令別表4から辺長公差から計算されます（DID地区除く）。
　　　辺長の公差　（注1）を直接入力しても計算されます。
（注2）縮尺は250，500，1000以外でも入力可能です。
（注3）DID地区は0.013＋0.002√s　で計算しています。
（注4）グリーンのセルはリストから選択する。
（注5）数値法では縮尺と図解級は無視されます。

公差は無限のデータを想定した値です，位置誤差公差の3分の1が平均二乗誤差とされています，平均二乗誤差＝√2×標準偏差（3×平均二乗誤差＝4．25×二変量標準偏差）の関係がありますので基本的には10000分の1の不良率（99．99％の確率）の基に国土調査法施行例別表4は作成されていますので辺長は一変量になり，このときの標準偏差は3．9σです。これを基に（注3）の計算式をDID地区用に作成してあります。

必要データを入力，グリーンのセル（精度区分，数値法＆図解法，図解級）はリストから入力します。セルをクリックするとリストの矢印がでます，その矢印をクリックし一覧から該当項目をクリックすれば入力されます，リスト以外の項目は入力できません。

数値法＆図解法は「数値法」「図解法」，図解級「A級」「B級」のみです。
水色は直接入力してください，公差の辺長は入力の必要がありませんが公差がわかっている場合直接計算する場合は「辺長の公差」に入力すると計算されます。

データ入力後に　公差から辺長信頼限界値計算　コマンドを実行すれば計算されます。

例3（下表）の説明

二変量の計算

	入力値		上限	下限
有意水準	0.05			
データ数	9			
標準偏差σm	0.012	信頼限界	0.009	0.024
平均値⊿x	0.000	信頼区間	−0.009	0.009
標準偏差σn	0.008	信頼限界	0.006	0.016
平均値⊿y	0.000	信頼区間	−0.006	0.006
		二変量信頼限界	0.007	0.021
		二変量信頼区間	−0.008	0.008
√（二変量信頼限界）²＋（二変量信頼区間）²＝		半径	0.022	の円内

平均値の信頼区間については前記と同じで，最小二乗法による結果の場合，平均値は原則0．000として考えますので最小二乗法による座標変換結果では0．000±0．008とします。

標準偏差の限界値，つまり計算値からどの程度の範囲までなら移動しても問題でない距離が限界値です，この表では標準偏差10mm のとき21mm の円の中にあれば計算上問題にならないと言うことです，限界ですから最悪の場合を想定した値です。

これに平均値の移動を誤差伝播の法則（＝√（信頼区間²＋信頼限界²））に従って計算すれば√（8²＋21²）＝22，つまり計算点を中心として22mm の円内にあれば問題にならないという解釈になります。

標準偏差の倍数計算

標準偏差の値に“1．000”を入力すると標準偏差の倍数が計算されます（下図参照）。

同じ標準偏差でも有意水準の値，データ数によって結果が変わります。

データ数42個の結果（下表）

平均値の上限が0．312倍，つまり 標準偏差×0．312 に位置まで分布の中心が移動します，その位置から標準偏差信頼限界σ 標準偏差×1．291 のところまでが限界値となります。

一変量の計算

	入力値		上限	下限
有意水準	0.05			
データ数	42			
標準偏差	1.000	信頼限界	0.833	1.291
平均値	0.000	信頼区間	-0.312	0.312

データ数5個の結果（下表）

平均値の上限が1．242倍，つまり 標準偏差×1．242 に位置まで分布の中心が移動します，その位置から標準偏差信頼限界σ 標準偏差×3．213 のところまでが限界値となります。これは単純に合計するのではなく誤差伝播の法則（＝√（信頼区間²＋信頼限界²））に従って合計値を求める必要があるようです。

一変量の計算

	入力値		上限	下限
有意水準	0.05			
データ数	5			
標準偏差	1.000	信頼限界	0.670	3.213
平均値	0.000	信頼区間	-1.242	1.242

このようにデータ数に大きく影響されます，少ないほど不安定な結果になりますので可能な範囲でデータを多く取得する事が重要になります。

なお，信頼限界はχ^2分布，信頼区間はt分布の理論を使用しております，χ^2分布，t分布については統計学の書籍に解説されていますので別途学習してください。

二変量の分布は原則楕円の分布ですから楕円の長軸標準偏差と短軸標準偏差が計算されます，最悪の場合は長軸標準偏差で計算する必要性も考えられますが 1 点だけで捉えた場合そこまで考慮する必要性があるか疑問です，したがって平均標準偏差（短軸と長軸の分散の平均値）を使って計算しています。

2016/03/10

2016/04/08 信頼区間＋信頼限界の和を訂正

2016/04/25 公差からの辺長差限界値計算追加

土地家屋調査士・測量士　小野孝治