境界（筆界）精度・標準偏差の信頼限界

精度・標準偏差と復元可能範囲の計算

はじめに

境界（筆界）の位置を現地に明示（地上に境界標等を設置すること，表示でもいいのですがここでは明示で言います）する場合に，果たして計算された位置でいいのだろうかと悩む事が多々あります。

復元計算の基になっている地図（不動産登記法第14条1項の地図，2項の地図に準ずる図面），地積測量図（分筆申告図，地積測量図），測量図等にはその当時の測量誤差が含まれています，また現時点の測量成果にも測量誤差があります。

基点にした多角点，境界点，引照点にはそれぞれ程度の差があるにしても誤差が含まれています。

境界標を管理している土地所有者，管理者が認識している位置と計算位置との間に認識のズレがあることもあります，境界標には自然な移動，人的な移動が起きていますこのような様々な条件の中で「位置誤差の範囲」をどの程度まで認めていいのだろうかという事が重要となります。

例えば,明らかに動きのない境界標，工作物（不動点と言います）の位置を復元したらその境界点から数センチ離れたところに復元された，あるいは復元されているのを見かけることがあります。これは様々な誤差が生じていることの結果なのです。

このような場合,不動点の位置が境界なのか復元した位置が境界なのかは行政機関によって異なります，境界（筆界）の専門家である実務者によっても判断が異なります。

非常に悩ましいことですが，原則は不動点が境界です，しかし無制限に不動点を境界として良いものなのか，計算点を境界にするべきか迷った時に技術的な裏付けのある数値が欲しいと言うのが実務者の本音でしょうし必要です。

境界（筆界）の復元は数個のデータを使って計算しているのですが同じ精度・標準偏差であっても基になっているデータの数が違えばそのデータの信頼度も違ってきます，仮に標準偏差0．030と計算されたデータで，A群のデータ数10とB群のデータ数が30とでは信頼度が違います，データ数が多ければ少ないデータ群より信頼度が高いのは当たり前のことです，これを数値で表すことが実務者に求められます。

具体的には標準偏差0．030のでデータ数10の95％信頼限界を求めると，正規分布に於ける95％は1．96倍標準偏差ですからデータ数が10個では0．113で30個では0．080となります。これは計算された標準偏差の3．8倍と2．7倍にあたります。この値を標準偏差がもつバラツキの限界値として考えます。

“土地家屋調査士は境界（筆界）のプロである”とは土地家屋調査士自身が自己主張する言葉の多くは測量士とか測量業者に対抗して使われることが多い言葉です。

いまでも，測量士と土地家屋調査士の違いを説明出来る方は少ないと思います，その理由は至って簡単で，土地家屋調査士の最大の特徴は土地の境界復元と確認（所有者・管理者に立ち合って了解を取ることの意味ではなく）をする行為を技術，法的，制度面から解釈が出来ることですが残念ながらこれらの技術力，知識を備えているとは言い難いと思います。

ここでは技術的な面を取り上げているのですが筆界について法的な面，制度面に少し触れておきます，詳しくは機会を捉えて別のところでしましょう。

筆界とは

境界（筆界）について法務局の筆界特定制度 PR，ホームページでは**"「筆界」とは，土地が登記された際に，その土地の範囲を区画するものとして定められた線をいい，所有者間の合意などによって変更することはできません。"** と解説されております。

一方不動産登記法第 123 条において筆界とは"「この章（筆界特定）において、次の各号に掲げる用語の意義は、それぞれ当該各号に定めるところによる。 一　筆界　表題登記がある一筆の土地（以下単に「一筆の土地」という。）とこれに**隣接する他の土地**（表題登記がない土地を含む。以下同じ。）**との間において、**当該一筆の**土地が登記された時にその境を構成する**ものとされた二以上の点及びこれらを結ぶ直線をいう。」とされております。

隣接する他の土地との間

さて，「隣接する他の土地との間において」とありますので「筆界は隣接地との相対位置関係で決める」と解釈できます，つまり地球上の絶対的な位置，緯度経度によって位置が決まるのではなく土地が繋がっている場合はその相対位置関係によって決まる，土地は延々と繋がっていますので相対位置関係も延々と影響を受けると解釈する，果たしてこのような考えは可能なのであろうか。

隣接する土地だけで筆界を決めるとその位置決定にある誤差がどのように隣地，さらにその隣地へと影響するのであろうか，碁盤を想像して頂いてその中心にある一点の位置を決定したときのその決定によって起きている誤差の影響は碁盤の中心から外周に伝わって行くと解釈出来ます。ところがこの誤差は伝わるほどに小さくなっていく性質があります。水面に石を投げると波紋が生じるがその波紋は伝わるほどに小さくなることと同じ原理です，この逆で中心部の筆界を決定する際に周囲の情報を織り込めば中心部に生じる波紋を小さくでき，周囲への影響を最小限に出来ると考える。つまり，このような結果を生み出せる技術的な手法を使うと言うことになるのでしょう。

当該一筆の土地が登記された時

さらに，「当該一筆の土地が登記された時」の解釈ですが，"登記"された時とは具体的に何時なのでしょうか，この点を明言しないのが立法権者の知恵なのでしょう。

筆界とは土地の範囲を区画するものですから，明治5年 7 月 4 日の大蔵省達 83 号で「地券

渡方規則」により地券（その土地の所有権が誰にあるかを証明した証書）が発行されたときに既に江戸時代から利用されてきた範囲が境界であり後の筆界とされた，つまり明治6年7月28日以降の地租改正地引絵図，明治18年2月18日以降の地押し調査更正図によって確認されたものとする確認説と一旦江戸時代からの利用範囲をサラにして新たに与えた範囲を創設したとする創設説があります。

さらに，明治22年4月1日土地台帳規則施行を指すのか，昭和35年の登記簿一元化の時か，その他にもその人の立ち位置によって様々な意見があり定かではありません。

いずれにしても筆界は机上で形成されることは技術的にあり得ず，明治初期の地租改正地引絵図，地押し調査更正図の作成時に筆界が書証となったとの考え方が現代の技術的な復元の基礎になっているといえます。

“境を構成するものとされた二以上の点”のこの個所です，地上に於ける点を指すのかそれが描かれた図面，地租改正地引絵図，地押し調査更正図改正なのか，これを基に作成された土地台帳附属地図を指すのかです，法律はそこまで踏み込んでおりません，またそこまで踏み込んだ解説を見たことがありません。

いずれにしても境界（筆界）を復元するためには原始筆界に関して言えば土地台帳附属地図から地租改正地引絵図，地押し調査更正図作成の時までさかのぼることが必要になりますが，地租改正地引絵図，地押し調査更正図は公的には使用はされていませんので公図（土地台帳附属地図）を使用することになります，これから先は制度論になりますので一旦終わりにします。

境界（筆界）は地上に於ける境界明示物と図面がなければ復元できません

地上に於ける境界明示物（境界標と言います。）と図面の両方がなければ境界（筆界）は復元できません。

このときに重要なのは図面対境界標との相対精度とデータの信頼度です。この二つの指標と地上の状況，さらに人証等を加味して決めていくしか方法がありません。しかし人証に関しては言い伝えなのでどこまで信用するかです，証言者が決して嘘をついていると言うことではなく思いこみ，勘違いがあることを言いたいのです。

明治初期，郷村地の地租改正地引絵図，地押し調査更正図の測量時には境界に木の枝，竹，笹などで明示しそれを測ったと言われています，それらのものは当然亡失しますから所有者の記憶としては畦畔の際とか中心とか，何らかの目標物から何尺何寸の距離とかと言った記憶で残っている訳です，その後境界標が設置されるまで本来の位置からのズレが当然起きます，このズレ量が重要なのですが誰も証明はできません，こう考えれば人証は意外と当てにならないのかもしれません。

いずれにしても誤差，確率，最小二乗法の理論から得られたデータの範囲で信頼区間，信頼区間限界を求め，その範囲以内で境界（筆界）を復元し明示することになります。

そこで，信頼区間と信頼限界の計算が必要になるわけです。信頼区間と信頼限界はデータ

数と図面対境界標との相対精度，いわゆる標準偏差から求められます。

考え方

同じ精度・標準偏差であっても元になるデータ数が違えばデータの信頼度は異なります。データ数が多ければ信頼度は高いですしデータ数が少なければ信頼度が低いと言えます。標準偏差の信頼限界値はデータが正規分布であるとして計算するものです。

信頼限界（χ^2分布　カイジジョウブンプ）

$k_1=\chi^2_{(1-\frac{\alpha}{2},n-1)}$ ，$k_2=\chi^2_{(\frac{\alpha}{2},n-1)}$　　（α は有意水準，nはデータ数）

エクセル関数ではCHIINV((1-α/2,n-1), CHIINV((α/2),n-1)　αは有意水準，nはデータ数で求めます。

母標準偏差下限=$\sqrt{\frac{n\sigma^2}{k_1}}$　σ は標本標準偏差

母標準偏差上限=$\sqrt{\frac{n\sigma^2}{k_2}}$　です。

平均値の信頼区間（t分布　ティーブンプ）

$k=t_{(\frac{\alpha}{2},n-1)}$　（α は有意水準，nはデータ数）

エクセル関数　TINV(α,n-1)　*[1]　α は有意水準，n はデータ数　で求めます。(エクセルはα/2 ではなく α)

平均値の信頼区間

下限=$\bar{X}-k\times\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$　$\bar{x}$　は平均値

上限=$\bar{X}+k\times\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$　の範囲になります。

*[1]　エクセルでは確率からt値を求める場合は両側確率からしか計算が出来ない。

“sinrai”シートの使用説明，使用プログラムは Henkan2.2～

ここではその信頼区間と信頼限界を計算で求める方法を紹介いたします。Henkan ログラム）の“sinrai”シートで結果が表示されますので，実際の地上への決定はこの値を参考にしてください。

“sinrai”シート，この計算シートは3つのジャンルから構成されています，シートを開くと一変

量の計算と二変量の計算の「復元範囲」は空白になります。

（1）　一変量の計算

一変量信頼限界計算

一変量の計算

	入力値		上限	下限
有意水準	0.05			
データ数	10			
標準偏差	0.010	信頼限界σ		0.019
平均値	0.000	信頼区間	−0.007	0.007
		95%信頼限界		0.038
			区間＋限界	0.038
			復元範囲	0.010

データは水色のセルに直接入力してください。

95%信頼限界は確率95%における補正σ×1．96の値です。

一変量のデータの計算です，Excel で作成してありますのでデータ欄（水色のセル）にデータを入力して，一変量限界計算　のコマンドを実行すれば計算されます。

有意水準は 0.01（精度の高いデータ），0.05（一般に使われる精度が期待できるデータ），0.10（自然界などから得られるデータ）です。測量成果は 0.05（5%）を使用してください。データ数はサンプル数，実際の数です。平均値はデータの較差の平均値を入力します。

データ数によって標準偏差の信頼限界σが計算されます，データ数が大きくなると標準偏差と信頼限界σは近づきます。

データ数が少ないほど標準偏差と信頼限界σの差が大きくなります。信頼区間もデータ数が少ないと大きな値に，データ数が大きいと平均値に近づきます。

その結果，確率95%，1．96倍標準偏差に相当する標準偏差（95%信頼限界）が計算されます。

信頼区間は平均値の持つ幅で，95%信頼限界は精度・標準偏差，つまりデータがバラツク幅になります，表では±0．007です。

これから信頼区間と信頼限界の合計値を伝播の法則から求めると，データでは上限（精度の良い側）＝√（−0．038^2−0．007^2）＝−0．038で下限（精度の悪い側）＝√（0．038^2＋0．007^2）＝0．038となります。

筆界の位置に関する基準は国土調査法別表4から公差の3分の1が平均二乗誤差，平均二乗誤差の√2分の1が標準偏差となります，このときの二変量の確率は99．99%ですから10，000個に1個の不良を想定した指標になります，ここでは母集団のnを10，000個します。このことの説明は別途致します。

10，000個に於ける95%信頼計算を計算しますと0．020となります。

一変量の計算

一変量信頼限界計算

	入力値		上限	下限
有意水準	0.05			
データ数	10000			
標準偏差	0.010	信頼限界σ		0.010
平均値	0.000	信頼区間	0.000	0.000
		95%信頼限界		0.020
			区間＋限界	0.020
			復元範囲	0.020

データは水色のセルに直接入力してください。
95%信頼限界は確率95%における補正σ×1．96の値です。

これをこのまま解釈するとデータ数が多いほど信頼の範囲が狭く，データ数が少ないほど信頼の範囲が広くなると言う逆の考え方になりますので10，000の数値と実際の数値の逆数を求め，その値の範囲内で決定出来るものとします。

（10000 個の区間＋限界^2／n個の区間＋限界^2）×10000 個の区間＋限界^2＝復元範囲^2

その結果が0．010です（前々の表から）諸般の状況を考慮しても限界の幅は±0．010以内で決定することになります。

（2） 公差からの計算（国土調査法別表4）

公差からの辺長差限界値

公差から辺長信頼限界計算

精度区分	DID				
数値法＆図解法	数値法	縮尺（注2）	500	図解級	A級
辺長	10.000	m単位で入力			
有意水準	0.05	公差の計算には関係ない係数			
辺長の公差 ±	0.019				
95%信頼限界	−0.013	0.013	（注6）		

データ入力のあと「公差から辺長信頼限界計算」を実行してください。
公差とは最悪の場合の範囲，信頼限界とは常識的な範囲。
（注1） 国土調査法施行令別表4から辺長公差から計算されます（DID地区除く）。
辺長の公差 （注1）を直接入力しても計算されます。
（注2） 縮尺は250，500，1000以外でも入力可能です。
（注3） DID地区は0.013＋0.002√s で計算しています。
（注4） グリーンのセルはリストから選択します。
（注5） 数値法では縮尺と図解級は無視して計算されます。
（注6） 公差を3σ（公差内にデータのある確率99．7%）したときの95%信頼限界です。

これも一変量のデータですがこのデータは登記法で辺長差の公差と呼ばれているものです，公差とは“最悪の場合でもこの範囲以内に納めなさい”という基準です，測量データのように故意に得ることが出来ないデータでは最悪のケースを予定することはほとんどありません，通常は信頼区間，信頼限界の中に収まるべきものなのです。

シートの注1～注6にしたがって入力しますと辺長の公差が計算されます，この数値は通常使われている公差の数値になります。信頼区間の範囲は0ですからここでは 95%信頼限界の値のみが対象になります，この表では公差0．019に対して通常予想される差の下限は0．013となります。つまり0．013以内の較差は普通に起こりえる値と言えるものです，0．013を超え

０．０19迄は公差内ですがそれを採用するには何らかの説明が必要になると言うことです。公差内だから問題はないのだという判断を安易にしないように戒めることが大事です。

DID地区を別表4と同じベースで考察し，公差40mm，平均二乗誤差13mm，辺長差の計算式＝0.013＋0.002√s　で計算しています。

（3）　二変量の計算

二変量の計算　　データ取得　　二変量信頼限界計算

	入力値		上限	下限
有意水準	0.05			
データ数　n	10000			
標準偏差σm	0.012	信頼限界σm		0.012
平均値⊿x	0.000	信頼区間	0.000	0.000
標準偏差σn	0.007	信頼限界σn		0.007
平均値⊿y	0.000	信頼区間	0.000	0.000
		σm，σn平均		0.010
		二変量信頼区間	0.000	0.000
		95%信頼限界		0.020
			区間＋限界	0.020
			復元範囲	0.020

二変量信頼限界の基準

	図解法		数値法	
精度区分	公差	95%信頼限界	出合差	95%信頼限界
DID地区			0.020	0.009
甲1	0.060	0.028	0.030	0.014
甲2	0.200	0.092	0.050	0.023
甲3	0.450	0.208	0.090	0.042
乙1	0.750	0.346	0.120	0.055
乙2	1.500	0.692	0.160	0.074
乙3	3.000	1.384	0.200	0.092

二変量の計算　　データ取得　　二変量信頼限界計算

	入力値		上限	下限
有意水準	0.05			
データ数　n	30			
標準偏差σm	0.012	信頼限界σm		0.016
平均値⊿x	0.000	信頼区間	−0.004	0.004
標準偏差σn	0.007	信頼限界σn		0.010
平均値⊿y	0.000	信頼区間	−0.003	0.003
		σm，σn平均		0.013
		二変量信頼区間	−0.004	0.004
		95%信頼限界		0.026
			区間＋限界	0.027
			復元範囲	0.014

二変量信頼限界の基準

	図解法		数値法	
精度区分	公差	95%信頼限界	出合差	95%信頼限界
DID地区			0.020	0.009
甲1	0.060	0.028	0.030	0.014
甲2	0.200	0.092	0.050	0.023
甲3	0.450	0.208	0.090	0.042
乙1	0.750	0.346	0.120	0.055
乙2	1.500	0.692	0.160	0.074
乙3	3.000	1.384	0.200	0.092

二変量，いわゆる座標値に於ける信頼区間と信頼限界の計算です，上はデータ数が10，000個の結果で，正規分布に最も近い状態です，信頼限界σm，σnは標準偏差σm，σnに近づきます，信頼区間は0に近づきます。平均値は最小二乗法座標変換の結果を使っていますので0になっています，最小二乗法座標変換でない場合や変換をしない場合の平均値は0にはなりません。

ここに入力するデータは最小二乗法座標変換の結果得られる数値を使用しています，複雑な計算過程を経た値になっており直接入力することはありません。

入力の説明をします，有意水準は 0.01（精度の高いデータ），0.05（一般に使われる精度が期待できるデータ），0.10（自然界などから得られるデータ）です。測量成果は 0.05（5%）を使用してください。

データ数はサンプル数，実際の準拠点（基準にする点）数です。

標準偏差はサンプルの標準偏差(実際に計算された標準偏差)です。二変量の標準偏差(長軸)(短軸)の値はHenkanプログラムの“helmert”シート,“Affine”シート,“Muhen”シートから 分布 コマンド実行後に求められ”bunpu”シートにσm,σnで表示されます。 データ取得 コマンドが実行すればこの値が”bunpu”シートから転送されてきます。入力データを確認後 二変量信頼限界計算 コマンドを実行すれば計算がされます。

平均値はデータの平均です,最小二乗法による場合は0です。

水色のセルに直接入力も出来ますのでHenkanV2.2以降は単独でも計算できます。

右の表は「公差からの位置誤差の限界値」を求めた表です,国土調査法施行例別表4の値にしたがっております。

DID地区は都市再生街区基本調査法運用基準別表21条の放射法の出合差20mm(街区基準点の点検基準で計算しています。

境界(筆界)位置の決め方

前の表で標準偏差σmは誤差楕円の長軸側の標準偏差,標準偏差σnは短軸側の標準偏差を表します。平均値は座標軸のx軸,y軸の較差の平均値です。

表のデータでは信頼区間+信頼限界の上限(精度の良い側)$=\sqrt{}(-0.027^2-0.004^2)=-0.027$で下限(精度の悪い側)$=\sqrt{}(0.027^2+0.004^2)=0.027$となります。

10,000個に於ける信頼計算を計算しますと0.020となります。これをこのまま解釈するとデータ数が多いほど信頼の範囲が狭く,データ数が少ないほど信頼の範囲が広くなると言う逆の考え方になりますので10,000の数値と実際の数値の逆数を求め,その値の範囲内で決定出来るものとします。

(10000個の区間+限界^2/n個の区間+限界^2)×10000個の区間+限界^2=復元範囲^2

その結果が0.014です,諸般の状況を考慮しても復元範囲±0.014の円内で決定することになります。

通常はこの円内に何らかの証拠になるような状況があればその位置を採用するのが計算上の常識です,具体的には境界標の破片が出てきた,境木の根が出てきた,境界の目標にしていた丸太の腐ったのがあった,所有者双方の記憶がその範囲以内だったとか,方法の所有者の持っている図面の位置がその範囲以内になるとかの状況です。

なにもなければ計算値を採用せざるを得ません。

補足説明

信頼限界はχ^2分布,信頼区間はt分布の理論を使用しております,χ^2分布,t分布については統計学の書籍に解説されていますので別途学習してください。

二変量の分布は原則楕円の分布ですから楕円の長軸標準偏差と短軸標準偏差が計算されます,最悪の場合は長軸標準偏差で計算する必要性も考えられますが1点だけで捉えた場合そこまで考慮する必要性があるか疑問です,したがって平均標準偏差(短軸と長軸の分

散の平均値)を使って計算しています。

どうでしょうか，ここまでできれば土地家屋調査士も技術者の端くれに加わることができるのではないでしょうか。

どんな高度な理論でもプログラム化出来なければタダの屑だ！とは私見ですが，土地家屋調査士が行う一筆の準拠点(計算の基点にする点)は少なすぎます，それだけ精度・標準偏差がおちます，そうすれば範囲，限界が広がるという悪循環になりますので，統計処理出来る最低数30までnを引き上げて限界を決めるべきかもしれない。

そそこのところの見解を言えるまであと2，3年はかかるのだろう。

問　データ数5個，標準偏差が0．007mのAデータ群とデータ数10個，標準偏差0．010のBデータ群で計算値の信頼度はどちらが高いか。

1．A 群

2．B 群

3．同じ

答え　B群

信頼区間＋信頼限界の合成値の小さいほうが信頼度が高いので，A 群の限界は0．045，B群の限界は0．038　となるから。

2016/03/10 初リリース

2016/04/08 信頼区間＋信頼限界の和を訂正

2016/04/25 公差からの辺長差限界値計算追加

2016/10/10 解説，計算式，信頼限界の見直し

2016/10/23 解説直し，朱書き部分

土地家屋調査士・測量士　小野孝治