（3）多角測量の計算方式による誤差について

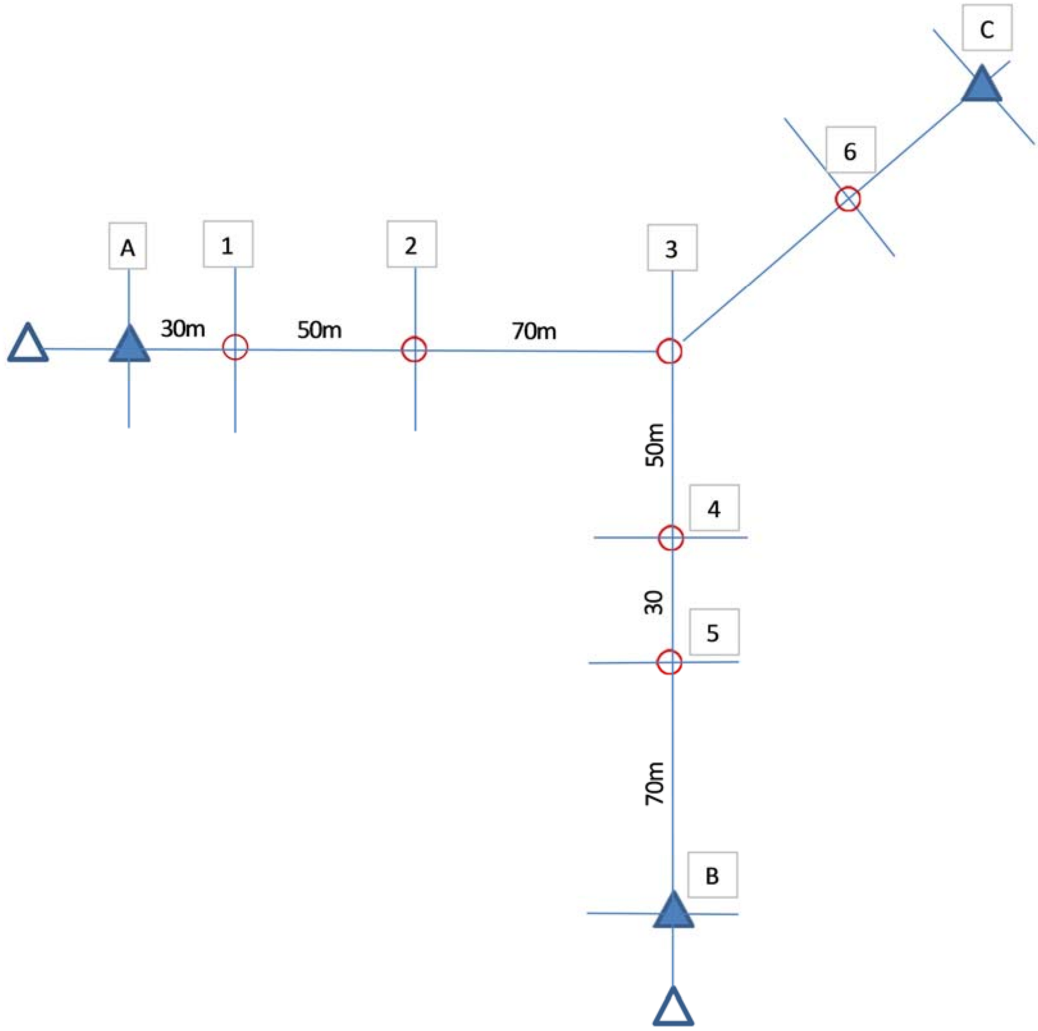
（１）混合測量における誤差について，（２）測量器機の性能差による誤差につい，（３）多角測量の計算方式による誤差について，（４）混合測量における相対誤差について　のなかの（３）です。

多角路線による計算精度の違いについて検証してみました，一般的に「厳密網を使いなさい。」と言いますがどれほどの違いがあるか，次の図形の多角路線計算を例に計算誤差を検証してみました，測ってくるデータは同じですから計算方法による違いの検証になります。
多角路線図はA～Fのとおりです。

A. Y型厳密網計算

測点1，測点2，測点3，測点4，測点5の計算結果を示します。

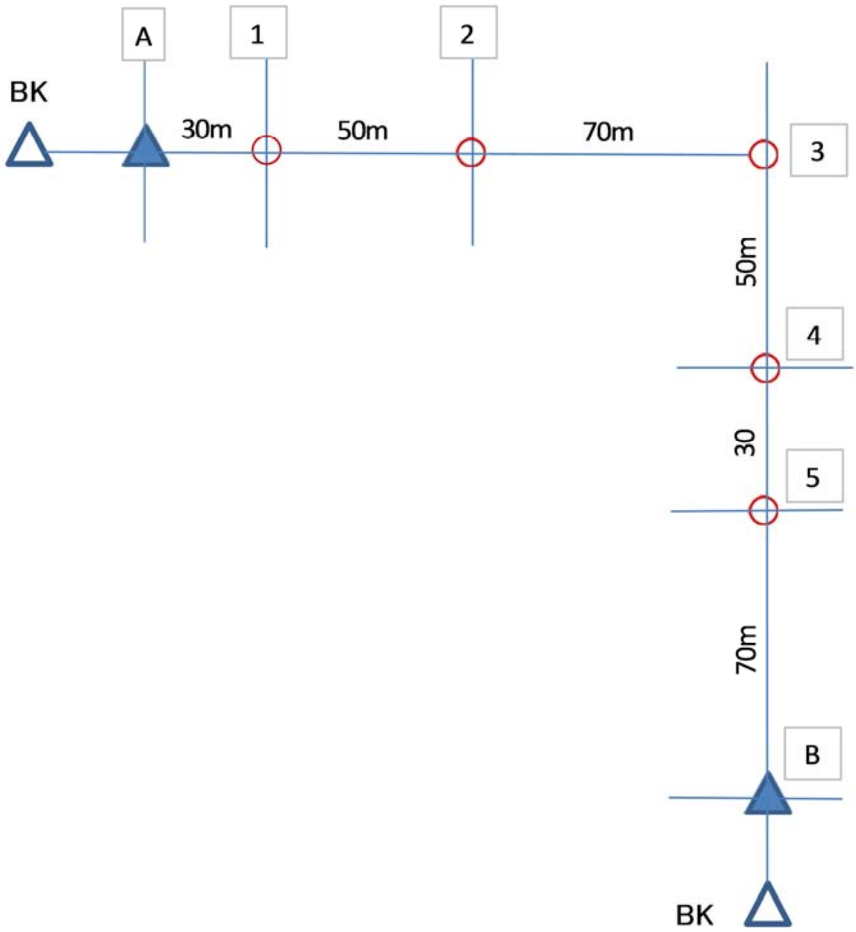
散布図は同じ計算ないでは縦軸，横軸のスケールをできるだけ同じにしてありますが一部異なる個所もあります。



B. 単路線厳密網計算

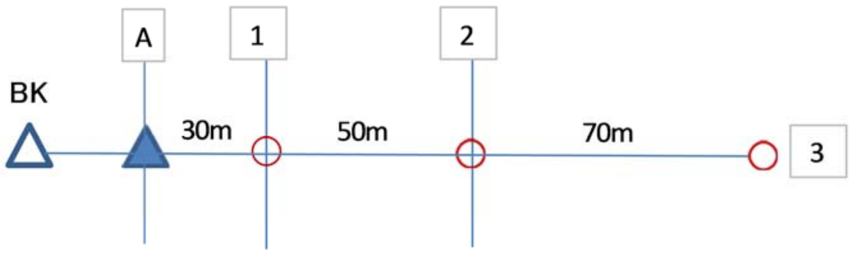
C. 簡易結合多角計算

B. 単路線厳密網計算とC. 簡易結合多角計算で違いがあるのか無いのか，確認してみました。



D. 開放多角計算

開放多角計算は精度が極端に悪いことは知られていることですがどの程度のレベルまで悪いのか確認のために計算して見ました。



計算データ

比較するために与える観測誤差は同じデータを使います。計算は一点につき50通りの計算

結果です。

左から2列目と14列目はY型厳密網計算では使いません。右から1，2，3，4列目まではY型厳密網計算のみに使います。

Aバック，Bバック　はY型厳密網では使用しない。
3-6，C01-6，6-3　はY型厳密網のみで使用する。

	Aで1へ		1で2へ		2で3へ		3で4へ		4で5へ		5でBへ			3で6へ		Cで6へ	6で3へ
	秒	m	秒	m	秒	m	秒	m	秒	m	秒	m	秒	秒	m	m	秒
標準偏差	36	0.009	15	0.009	7	0.011	14	0.011	38	0.009	7	0.011	7	11	0.010	0.010	9
点間距離		30	m	50		70		50		30		70			70	50	70
	Aのバック	A−1	1−2	1−2	2−3	2−3	3−4	3−4	4−3	5−4	5−4	B−5	Bのバック	3−6	3−6	C−6	6−3
	角(秒)	距離m	角(秒)	距離m	角(秒)	距離m	角(秒)	距離m	角(秒)	距離m	角(秒)	距離m	角(秒)	角(秒)	距離m	距離m	角(秒)
1	−19	−0.001	−4	0.007	−7	0.011	3	0.005	9	−0.009	8	0.002	14	7	0.009	−0.002	−5
2	−15	0.012	−12	0.008	−12	0.004	−6	−0.001	−26	0.010	8	0.005	3	−1	−0.011	−0.003	−7
3	−6	−0.003	16	−0.003	4	−0.010	−24	−0.025	−20	0.005	−8	−0.001	−3	6	0.002	0.009	−9
4	19	−0.010	−19	−0.002	0	0.007	−38	−0.013	10	0.004	7	−0.011	−4	−1	0.002	−0.005	−6
5	−19	0.006	−24	0.024	2	−0.004	−3	−0.013	−57	−0.003	−10	0.018	8	6	−0.004	0.011	13
6	−35	−0.008	28	0.001	6	−0.023	−6	−0.002	−2	0.012	13	0.006	−6	−2	−0.004	−0.016	3
7	46	−0.013	−2	−0.009	7	−0.015	4	0.024	−33	−0.003	7	0.006	0	−5	0.008	0.003	−3
8	−34	−0.003	8	−0.014	0	0.001	−14	0.004	23	−0.013	−3	0.001	−10	8	0.004	0.013	0
9	−19	0.010	−10	0.011	−9	0.001	6	−0.009	−47	0.015	3	−0.003	2	18	−0.005	0.012	2
10	66	0.006	−3	0.005	10	0.010	2	−0.008	−2	−0.001	4	0.016	−9	−22	0.011	0.014	4
11	−16	0.001	8	−0.005	3	0.005	1	−0.010	59	0.005	6	0.005	3	7	0.004	0.013	5
12	−24	0.031	−16	−0.012	−8	0.000	−11	0.020	−4	−0.006	−5	0.006	−6	−5	−0.024	−0.006	−22
13	10	−0.002	1	−0.009	−12	−0.009	1	−0.002	14	−0.010	5	−0.001	2	6	0.004	−0.002	7
14	30	0.013	−23	0.008	6	0.019	11	−0.002	−44	−0.013	11	0.002	6	6	−0.017	0.005	9
15	39	−0.002	−2	0.009	−10	0.008	14	0.001	14	−0.015	2	0.007	7	1	0.001	0.008	3
16	−51	−0.016	26	0.002	−13	−0.004	9	0.001	28	−0.009	−3	0.007	−6	19	0.002	−0.015	15
17	−85	−0.012	5	0.006	11	−0.019	−4	0.019	17	−0.003	−3	0.008	−3	−4	−0.030	0.003	−20
18	−6	−0.005	−4	0.004	6	−0.005	14	0.000	−25	0.011	−2	−0.003	1	−14	−0.007	0.021	9
19	21	−0.005	5	−0.001	9	0.013	18	−0.025	−4	0.007	−15	0.003	2	−12	−0.006	−0.010	3
20	16	0.001	9	−0.008	−1	0.000	−15	0.018	−7	0.003	−17	−0.011	9	−9	−0.008	−0.004	3
21	−56	0.013	8	0.004	−4	−0.008	−4	0.008	−18	−0.001	1	−0.017	−5	10	0.003	0.006	5
22	80	0.008	6	0.010	1	0.002	2	0.008	68	0.006	−10	0.007	−8	−19	0.002	−0.009	−18
23	−48	0.008	−20	0.009	8	−0.011	6	−0.003	8	0.004	2	−0.006	−12	−8	0.012	−0.001	2
24	−6	0.001	31	0.001	0	0.011	−9	−0.020	26	0.001	7	0.022	14	12	0.016	−0.002	7
25	−26	−0.004	−16	0.005	−4	0.003	15	0.003	−24	0.008	−8	−0.004	3	16	0.015	−0.009	−9
26	64	−0.004	36	0.003	15	0.003	−13	0.002	−1	−0.002	0	−0.023	−10	−1	−0.006	−0.007	3
27	25	−0.011	10	0.009	10	−0.002	−30	0.003	−9	−0.008	−11	−0.020	−5	−8	0.011	0.006	15
28	−25	−0.007	−17	0.005	−7	−0.009	−30	−0.004	24	0.004	15	0.013	1	9	−0.005	0.016	−12
29	37	−0.003	21	−0.008	1	0.010	28	−0.004	42	−0.010	6	−0.008	4	2	−0.003	−0.015	−5
30	37	−0.011	−2	0.010	−1	0.010	−14	0.015	−44	−0.012	−2	−0.006	7	1	0.003	0.005	8
31	−41	0.004	8	−0.002	0	−0.004	24	0.005	−92	0.005	−1	−0.013	5	−16	0.010	−0.018	3
32	64	0.001	14	−0.009	−8	0.006	11	0.007	68	0.000	4	0.017	9	−8	0.012	0.001	−15
33	20	0.012	−13	−0.020	−3	−0.001	0	0.003	50	−0.011	−5	−0.002	7	−8	0.005	−0.002	7
34	−23	−0.005	3	0.003	−4	−0.025	7	0.004	−36	0.014	7	−0.008	−9	14	0.013	0.002	−3
35	15	0.013	−16	−0.002	3	0.010	−18	0.008	87	0.006	10	−0.012	5	−30	−0.006	−0.003	−7
36	−44	−0.007	−8	−0.001	−1	−0.002	−7	−0.005	39	0.007	7	−0.004	6	11	0.005	−0.011	2
37	−76	0.004	8	0.021	8	0.017	−2	0.007	−23	−0.004	0	0.023	−7	24	0.004	−0.002	3
38	−25	0.004	11	0.009	3	0.009	23	0.009	−53	−0.009	−3	−0.008	5	0	−0.024	0.003	11
39	−43	0.008	−15	0.007	1	0.008	1	−0.009	−44	−0.015	0	0.008	−2	2	−0.005	0.016	−4
40	−62	−0.006	−10	−0.004	−1	−0.002	21	−0.013	−58	−0.006	−6	0.002	−10	3	0.006	−0.015	−11
41	29	−0.001	9	0.002	−4	−0.024	2	0.005	11	0.011	3	−0.005	1	1	−0.007	0.006	−9
42	3	0.003	−2	−0.010	9	0.016	14	0.003	9	0.011	11	−0.017	9	−6	0.003	−0.013	−9
43	26	0.000	−23	−0.013	5	0.006	12	−0.001	−14	0.007	5	0.013	10	−7	0.019	−0.002	12
44	−52	0.017	33	−0.002	7	−0.004	−12	0.008	0	−0.005	1	−0.011	7	9	0.000	−0.001	3
45	−6	0.008	0	−0.003	6	−0.011	3	0.005	4	−0.012	0	0.015	−6	−1	−0.011	−0.010	−1
46	110	−0.004	8	0.011	−6	−0.008	12	−0.008	31	−0.013	−11	−0.001	−2	−10	−0.008	−0.007	−14
47	−48	−0.016	17	−0.008	2	0.013	9	−0.014	8	−0.013	0	0.009	−4	−7	0.004	−0.001	−7
48	74	−0.002	−2	−0.015	−6	0.006	−7	−0.015	−45	0.015	−4	0.001	−1	4	−0.001	0.001	−9
49	31	0.011	10	−0.011	−1	−0.002	2	0.006	−77	0.005	4	0.002	−8	−16	0.001	0.020	6
50	3	0.004	−15	0.003	−3	−0.011	−9	−0.010	0	0.006	10	0.006	−13	1	−0.013	−0.018	−5

データ数は 50 個です。

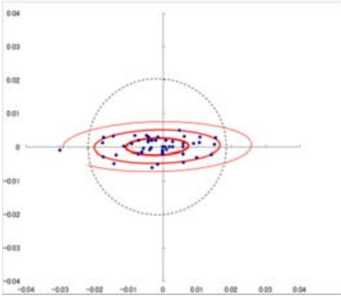
結果（Y 型厳密計算）

下表はこの分布データの，σ_m（楕円長軸標準偏差）σ_n（楕円短軸標準偏差），$\overline{⊿X}$（分布中心 X 座標），$\overline{⊿Y}$（分布中心 Y 座標），相関係数，σ_x（X 軸標準偏差），σ_y（Y 軸標準偏差），σ（二変量標準偏差），楕円角　と言った二変量データに必要な計算結果を示しています。

散布図を作成し誤差の分布状態を計算して誤差楕円を描いたのが次の図です。点は⊿x・⊿y の散布図，楕円は内側から一倍標準偏差，二倍標準偏差，三倍標準偏差の楕円を示し，点線は三倍標準偏差の円を仮想して表示したものです。

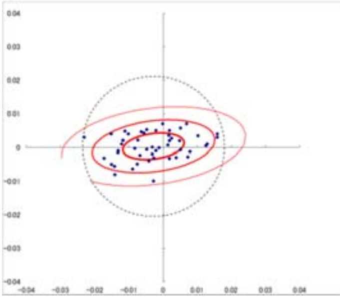
点1

σ_m	σ_n	$\overline{\Delta x}$	$\overline{\Delta y}$	相関係数
0.0092	0.0021	0.0002	−0.0017	−0.870
σx	σy	σ	カウント	楕円角度
0.0025	0.0092	0.0067	50	89



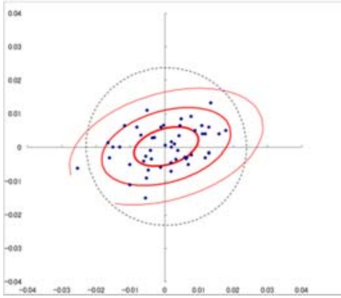
点2

σ_m	σ_n	$\overline{\Delta x}$	$\overline{\Delta y}$	相関係数
0.0090	0.0029	0.0004	−0.0028	−0.712
σx	σy	σ	カウント	楕円角度
0.0039	0.0090	0.0069	50	84



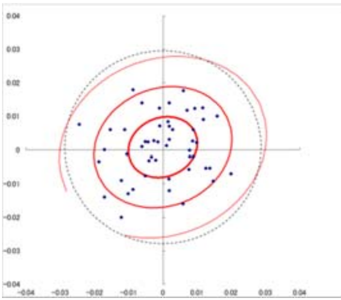
点3

σ_m	σ_n	$\overline{\Delta x}$	$\overline{\Delta y}$	相関係数
0.0097	0.0049	0.0003	0.0005	−0.548
σx	σy	σ	カウント	楕円角度
0.0058	0.0094	0.0078	50	73



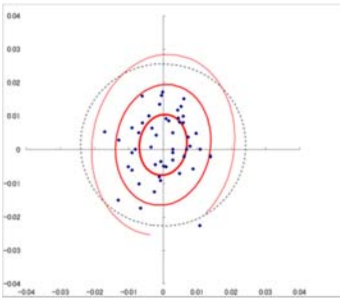
点4

σ_m	σ_n	$\overline{\Delta x}$	$\overline{\Delta y}$	相関係数
0.0104	0.0083	0.0009	0.0000	−0.173
σx	σy	σ	カウント	楕円角度
0.0090	0.0101	0.0096	50	65



点5

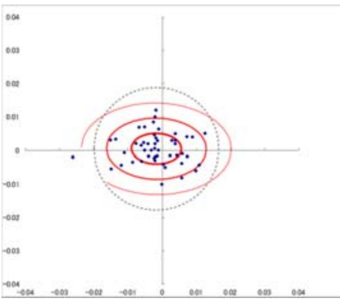
σ_m	σ_n	$\overline{\Delta x}$	$\overline{\Delta y}$	相関係数
0.0090	0.0069	0.0015	0.0000	−0.266
σx	σy	σ	カウント	楕円角度
0.0090	0.0070	0.0080	50	8



B. 単路線厳密網計算

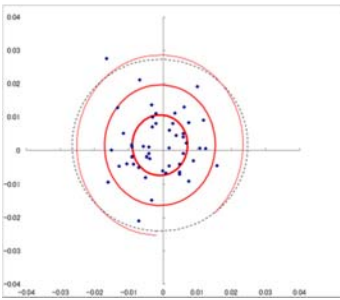
点1

σ_m	σ_n	$\overline{\Delta x}$	$\overline{\Delta y}$	相関係数
0.0073	0.0045	0.0006	−0.0017	−0.450
σx	σy	σ	カウント	楕円角度
0.0045	0.0073	0.0061	50	−87



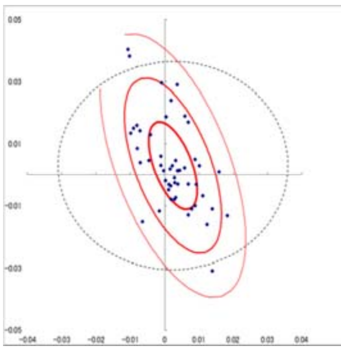
点2

σ_m	σ_n	$\overline{\Delta x}$	$\overline{\Delta y}$	相関係数
0.0090	0.0081	0.0017	−0.0009	−0.111
σx	σy	σ	カウント	楕円角度
0.0090	0.0081	0.0086	50	−3



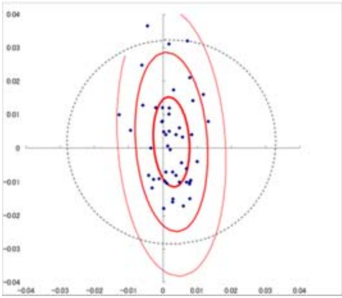
点3

σ_m	σ_n	$\overline{\Delta x}$	$\overline{\Delta y}$	相関係数
0.0148	0.0056	0.0030	0.0024	−0.716
σx	σy	σ	カウント	楕円角度
0.0141	0.0071	0.0112	50	−16



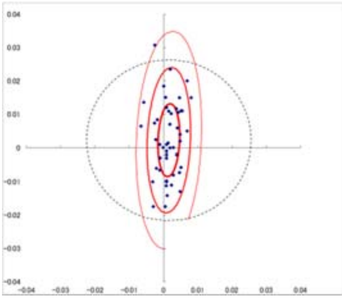
点4

σ_m	σ_n	$\overline{\Delta x}$	$\overline{\Delta y}$	相関係数
0.0134	0.0053	0.0019	0.0025	−0.708
σx	σy	σ	カウント	楕円角度
0.0133	0.0053	0.0102	50	−2



点5

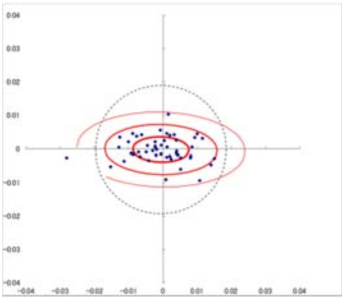
σ_m	σ_n	$\overline{\Delta x}$	$\overline{\Delta y}$	相関係数
0.0108	0.0032	0.0024	0.0015	−0.834
σx	σy	σ	カウント	楕円角度
0.0108	0.0032	0.0080	50	4



C. 簡易結合多角計算

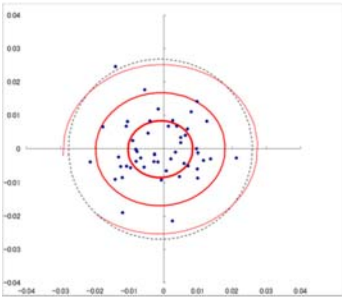
点1

σ_m	σ_n	$\overline{\Delta x}$	$\overline{\Delta y}$	相関係数
0.0082	0.0037	−0.0002	−0.0006	−0.662
σx	σy	σ	カウント	楕円角度
0.0037	0.0082	0.0064	50	−89



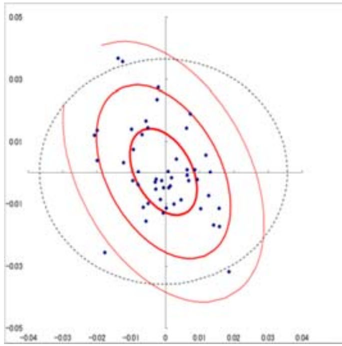
点2

σ_m	σ_n	$\overline{\Delta x}$	$\overline{\Delta y}$	相関係数
0.0095	0.0078	0.0000	−0.0009	−0.121
σx	σy	σ	カウント	楕円角度
0.0084	0.0095	0.0089	50	86



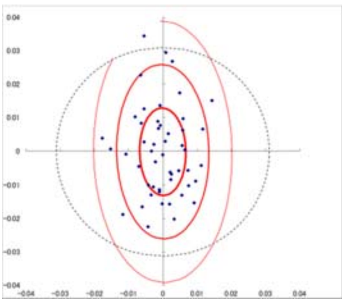
点3

σ_m	σ_n	$\overline{\Delta x}$	$\overline{\Delta y}$	相関係数
0.0148	0.0085	0.0003	−0.0006	−0.508
σx	σy	σ	カウント	楕円角度
0.0140	0.0098	0.0121	50	−24



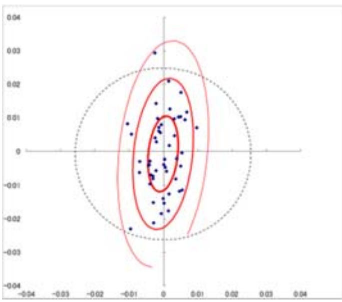
点4

σ_m	σ_n	$\overline{\Delta x}$	$\overline{\Delta y}$	相関係数
0.0130	0.0067	−0.0001	0.0000	−0.577
σx	σy	σ	カウント	楕円角度
0.0130	0.0067	0.0104	50	−1



点5

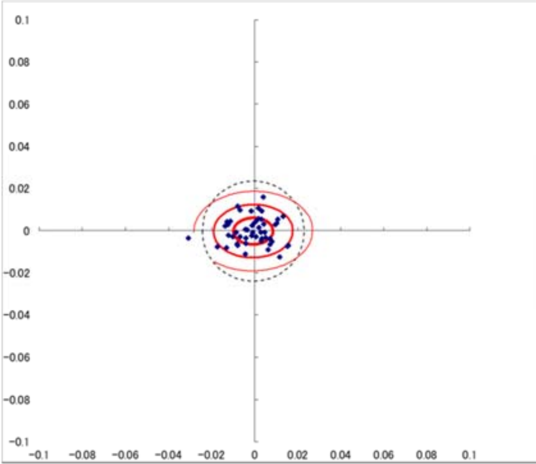
σ_m	σ_n	$\overline{\Delta x}$	$\overline{\Delta y}$	相関係数
0.0113	0.0043	−0.0007	−0.0001	−0.748
σx	σy	σ	カウント	楕円角度
0.0112	0.0044	0.0085	50	6



D. 開放多角計算

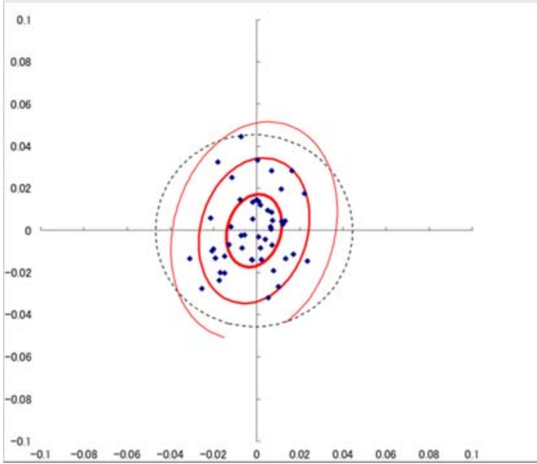
点1

σ_m	σ_n	$\overline{\Delta x}$	$\overline{\Delta y}$	相関係数
0.0092	0.0058	−0.0001	−0.0007	−0.367
σx	σy	σ	カウント	楕円角度
0.0063	0.0092	0.0079	50	89



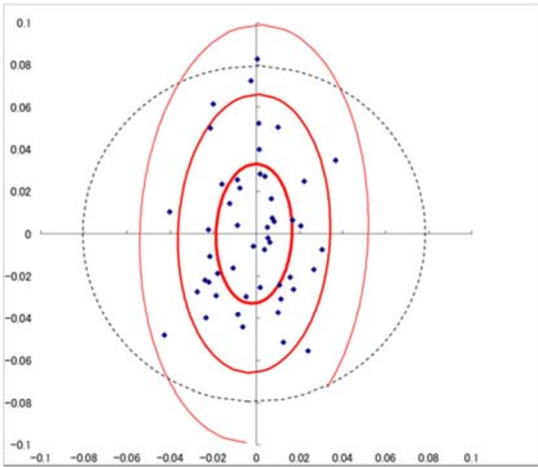
点2

σ_m	σ_n	$\overline{\Delta x}$	$\overline{\Delta y}$	相関係数
0.0176	0.0124	−0.0001	−0.0012	−0.332
σx	σy	σ	カウント	楕円角度
0.0172	0.0128	0.0152	50	15



点3

σ_m	σ_n	$\overline{\Delta x}$	$\overline{\Delta y}$	相関係数
0.0330	0.0176	0.0002	−0.0011	−0.555
σx	σy	σ	カウント	楕円角度
0.0330	0.0177	0.0265	50	2



簡単に比較するため二変量標準偏差を計算してあります，二変量標準偏差

$\sigma = \sqrt{\frac{\sigma m^2+\sigma n^2}{2}} = \sqrt{\frac{\sigma x^2+\sigma y^2}{2}}$ で計算しています。

点2

	σm(長軸標準偏差)	σn(短軸標準偏差)	σ(標準偏差)	ρ(相関係数)
Y型厳密計算	0.0090	0.0029	0.0069	-0.71
単路線厳密計算	0.0090	0.0081	0.0086	-0.11
単路線簡易計算	0.0095	0.0078	0.0089	-0.12
開放計算	0.0176	0.0124	0.0152	-0.33

点3

	σm(長軸標準偏差)	σn(短軸標準偏差)	σ(標準偏差)	ρ(相関係数)
Y型厳密計算	0.0097	0.0049	0.0078	-0.55
単路線厳密計算	0.0148	0.0056	0.0112	-0.72
単路線簡易計算	0.0148	0.0085	0.0121	-0.51
開放計算	0.0330	0.0176	0.0265	-0.56

多角路線の中間付近の点3のところでY型厳密計算標準偏差 0.0078，単路線厳密計算で 0.0112，結合計算(簡易)で 0.0121，開放計算で 0.0265 となります。これは使う与点の数が多いほど精度が高くなることを証明しているのです。

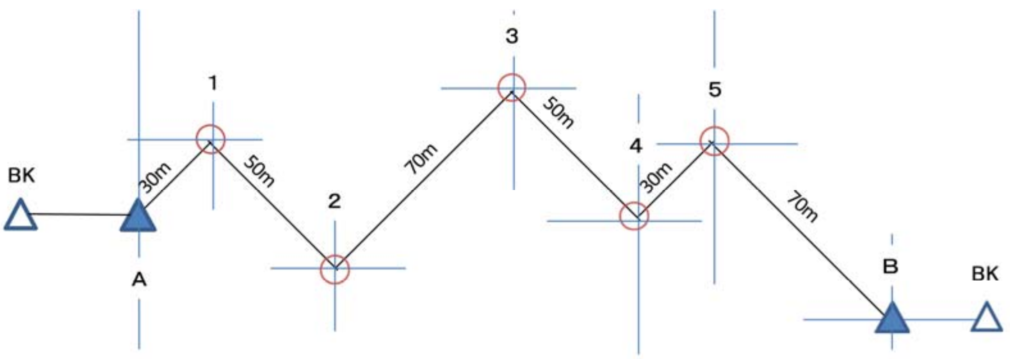
開放の結果は比較するための参考ですから，精度はＹ型厳密網計算が一番高いことになります，単路線であれば厳密計算でも簡易計算でも差が有りません，簡易計算はコンパス法による誤差配布をしておりますが均等法でもほとんど変わらない結果が出ます。変わらないから厳密網計算を使えば良いわけです。

Y型厳密計算 0.0078 と開放計 0.026 で何倍の精度なのという場合は $1/0.0078^2$ 対 $1/0.0265^2$ で 12 倍となります。

Y型厳密計算 0.0078 と結合計算(簡易)0.0121 で何倍の精度なのという場合は $1/0.0078^2$ 対 $1/0.0121^2$ で 2 倍となります。

下図の形状の多角路線のデータも次に示します。

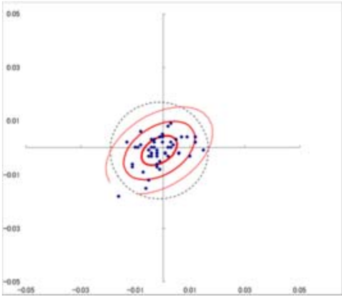
同じ誤差データで，データ数も同じ50個です。



E. 単路線厳密網計算

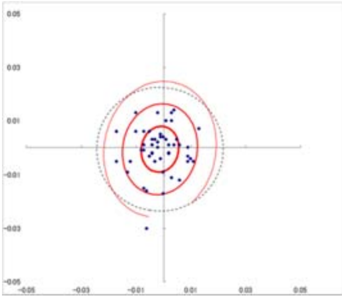
点1

σ_m	σ_n	$\overline{\Delta x}$	$\overline{\Delta y}$	相関係数
0.0072	0.0040	−0.0010	−0.0013	−0.460
σx	σy	σ	カウント	楕円角度
0.0054	0.0065	0.0060	50	57



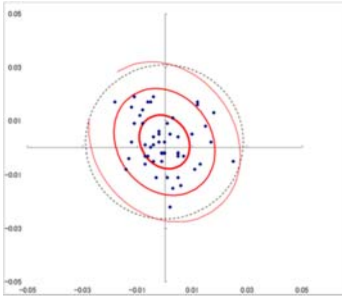
点2

σ_m	σ_n	$\overline{\Delta x}$	$\overline{\Delta y}$	相関係数
0.0085	0.0068	−0.0005	−0.0013	−0.214
σx	σy	σ	カウント	楕円角度
0.0084	0.0068	0.0077	50	11



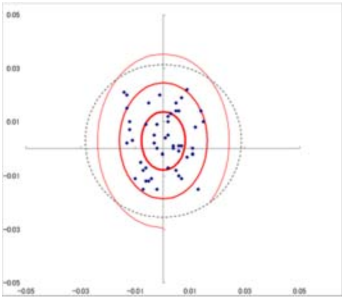
点3

σ_m	σ_n	$\overline{\Delta x}$	$\overline{\Delta y}$	相関係数
0.0104	0.0086	0.0022	−0.0002	−0.194
σx	σy	σ	カウント	楕円角度
0.0099	0.0092	0.0096	50	−30



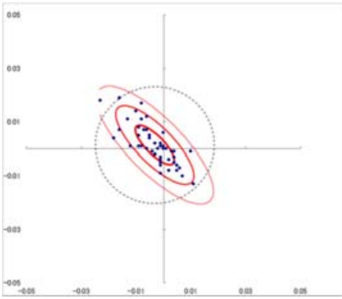
点4

σ_m	σ_n	$\overline{\Delta x}$	$\overline{\Delta y}$	相関係数
0.0108	0.0080	0.0030	0.0002	−0.307
σx	σy	σ	カウント	楕円角度
0.0108	0.0080	0.0095	50	1



点5

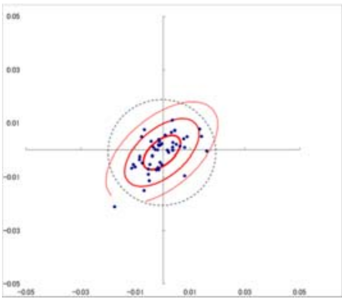
σ_m	σ_n	$\overline{\Delta x}$	$\overline{\Delta y}$	相関係数
0.0096	0.0034	0.0014	−0.0032	−0.783
σx	σy	σ	カウント	楕円角度
0.0073	0.0071	0.0072	50	−47



F. 単路線簡易計算

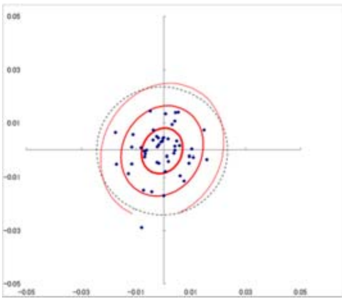
点1

σ_m	σ_n	$\overline{\Delta x}$	$\overline{\Delta y}$	相関係数
0.0082	0.0042	−0.0009	−0.0004	−0.558
σx	σy	σ	カウント	楕円角度
0.0063	0.0068	0.0065	50	49



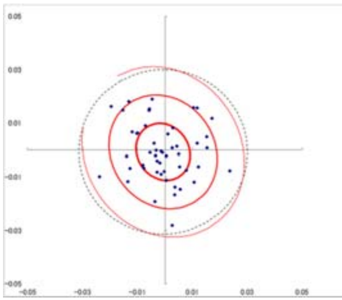
点2

σ_m	σ_n	$\overline{\Delta x}$	$\overline{\Delta y}$	相関係数
0.0086	0.0072	−0.0003	−0.0005	−0.177
σx	σy	σ	カウント	楕円角度
0.0084	0.0075	0.0079	50	26



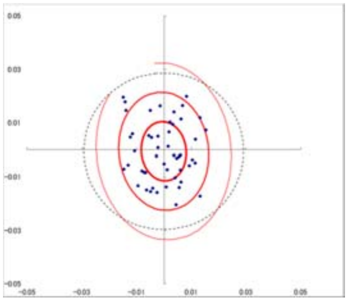
点3

σ_m	σ_n	$\overline{\Delta x}$	$\overline{\Delta y}$	相関係数
0.0109	0.0094	−0.0007	−0.0006	−0.144
σx	σy	σ	カウント	楕円角度
0.0106	0.0098	0.0102	50	−30



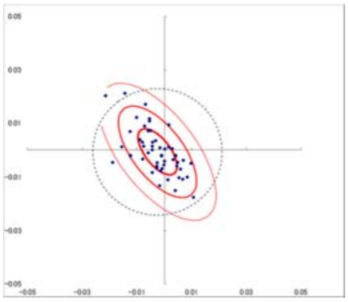
点4

σ_m	σ_n	$\overline{\Delta x}$	$\overline{\Delta y}$	相関係数
0.0110	0.0082	−0.0005	0.0000	−0.290
σx	σy	σ	カウント	楕円角度
0.0110	0.0082	0.0097	50	−6



点5

σ_m	σ_n	$\overline{\Delta x}$	$\overline{\Delta y}$	相関係数
0.0101	0.0047	−0.0006	−0.0025	−0.615
σx	σy	σ	カウント	楕円角度
0.0085	0.0071	0.0079	50	−39



点2

	σm	σn	σ	ρ
単路線厳密計算	0.0085	0.0068	0.0077	−0.21
単路線簡易計算	0.0086	0.0072	0.0079	−0.18

点3

	σm	σn	σ	ρ
単路線厳密計算	0.0104	0.0086	0.0096	−0.19
単路線簡易計算	0.0109	0.0094	0.0102	−0.14

単路線であれば厳密計算でも簡易計算でも差が有りません，ですから普段から厳密計算を使っていれば良いわけです。

まとめ

結果はほぼ予想していた通りの結果でしたが厳密計算と簡易計算で意外と差が小さかったと言う印象です。

境界(筆界)復元に使う実測のデータは可能な限りの高精度が要求されます，元になっている図面よりも精度が低い実測データを使いますと知らずのうちに図面の精度を下回った復元がされてしまう結果になります。