

## 三斜→画地調整のQ & A

(三斜→画地調整プログラムを使った誤差の説明です, HPをご覧になった方からの質問の答えした内容をそのまま掲載しています)

001

### 【質問内容】

別図、三斜図面から座標を求めると、Aのような正三角形に近い場合の誤差は少ないが、Bの場合は東西にぶれ誤差が大きくなると考え、求めた座標の標準偏差を明らかにする必要がありますと考えた。

そこで、図形を適当に作成し、底辺高さ及び斜辺長を求めたものが三斜図である。読み取った座標をランダムに10cm程度変更したものが、「三斜図⇒座標化プログラム」の読み取り座標である。

TS (トータルステーション) 想定データの計算結果

別表 TS の2回目は100番も110番も、 $\sigma_x$ も $\sigma_y$ も2mm前後で全く差はない。

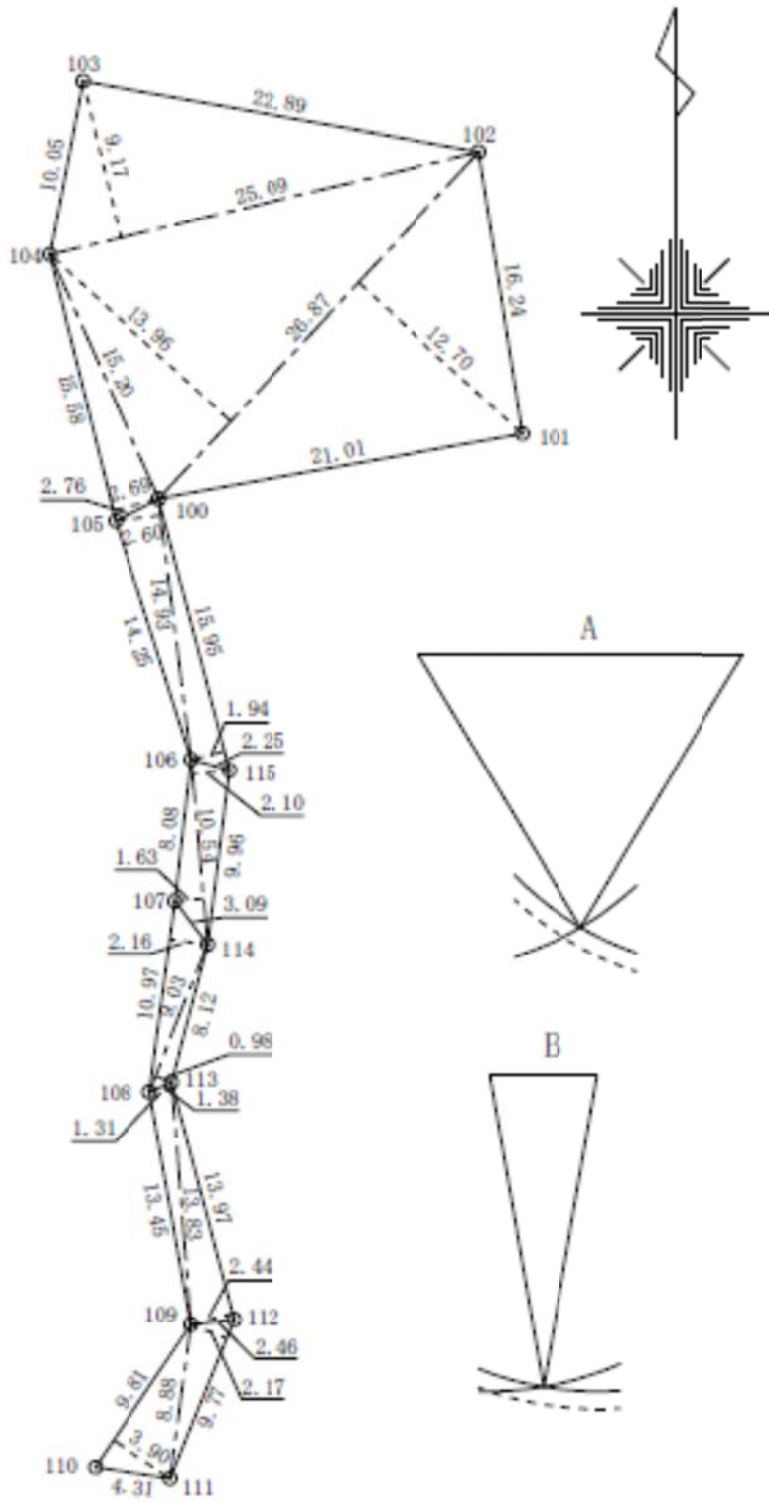
平板想定データの計算結果

別表平板は底辺高さをランダムに10cm程度変更したもので計算した。不思議なことに、110番の $\sigma_x$ が最大である。110を除く106~115の $\sigma_x$ が $\sigma_y$ の1/2強である。100から105までの標準偏差が106~115より標準偏差が大きい傾向がある。

TSでも平板でも、私の想定と大きく相違する。想定そのものが間違っているのかご指導をお願いいたします。

別図

縮尺 1/500



別表1 (平板想定 三斜→画地調整プログラムの結果)

計算状態		座標の標準偏差 0.1046					伸縮率 1.002654					計算結果の標準偏差P
完了		実標準偏差/平均値 0.1054 0.000					計算結果					σs
No.	点名	X	Y	固定点	偏差 ΔX	偏差 ΔY	点名	X	Y	σX	σY	
1	100	798.700	740.800	1	0.076	0.085	100	798.776	740.885	0.079	0.094	0.123
2	101	802.600	761.700	1	-0.085	-0.140	101	802.515	761.560	0.113	0.090	0.145
3	102	818.500	759.200	1	0.071	-0.081	102	818.571	759.119	0.109	0.100	0.148
4	103	822.700	736.500	1	-0.090	0.088	103	822.610	736.588	0.089	0.105	0.138
5	104	812.600	734.900	1	0.111	-0.060	104	812.711	734.840	0.088	0.108	0.139
6	105	797.600	738.300	1	-0.013	0.056	105	797.587	738.356	0.070	0.096	0.119
7	106	784.100	742.700	1	-0.077	0.022	106	784.023	742.722	0.065	0.114	0.131
8	107	775.800	741.900	1	0.194	-0.103	107	775.994	741.797	0.068	0.112	0.131
9	108	765.200	740.500	1	-0.092	-0.069	108	765.108	740.431	0.064	0.117	0.134
10	109	751.900	742.600	1	-0.045	0.130	109	751.855	742.730	0.066	0.113	0.131
11	110	743.600	737.500	1	0.007	-0.088	110	743.607	737.412	0.132	0.115	0.174
12	111	743.200	741.700	1	-0.165	-0.013	111	743.035	741.687	0.069	0.117	0.136
13	112	752.000	745.100	1	0.183	0.021	112	752.183	745.121	0.076	0.114	0.137
14	113	765.700	741.800	1	-0.100	-0.095	113	765.600	741.705	0.064	0.115	0.132
15	114	773.600	743.600	1	-0.131	0.116	114	773.469	743.716	0.065	0.113	0.131
16	115	783.200	744.800	1	0.155	0.131	115	783.355	744.931	0.065	0.116	0.133

辺長の標準偏差 0.0010					底辺・高さの標準偏差 0.0785						
実標準偏差/平均値 0.0010 0.001					実標準偏差/平均値 0.0780 -0.005						
辺長の標準偏差B	点名		図面表示辺長	辺長の偏差	点名			図面表示底辺	図面表示高さ	底辺の偏差	高さの偏差
	始点	終点			底辺	底辺	頂点				
	100	101	21.010	0.000	104	102	103	25.000	9.100	-0.025	0.112
	101	102	16.240	0.000	102	100	104	26.900	13.900	0.012	-0.013
	102	103	22.890	0.000	100	102	101	26.900	12.700	0.012	-0.026
	103	104	10.050	0.002	104	105	100	15.500	2.800	0.027	-0.067
	105	106	14.250	0.000	100	106	105	14.800	2.600	0.068	0.057
	106	107	8.080	0.001	100	115	106	16.100	1.900	-0.157	0.067
	108	109	13.450	0.002	106	114	115	10.500	2.200	0.100	-0.063
	113	114	8.120	0.003	106	114	107	10.700	1.700	-0.100	-0.026
	114	115	9.960	0.000	107	108	114	10.900	2.200	0.071	0.018
	110	111	4.310	0.003	108	114	113	9.100	0.900	-0.117	0.106
	111	112	9.770	0.000	113	109	108	13.700	1.400	0.083	-0.093
	109	111	8.880	0.001	112	113	109	13.900	2.300	-0.055	0.098
					111	112	109	9.770	2.200	0.000	-0.077
					109	110	111	9.810	3.800	0.004	0.103

別表2 (TS想定 三斜→画地調整プログラムの結果)

計算状態		座標の標準偏差 0.0038				伸縮率 1.000025		計算結果				計算結果の標準偏差P
完了		実標準偏差/平均値 0.0024 0.000										
No.	点名	X	Y	固定点	偏差 ΔX	偏差 ΔY	点名	X	Y	σX	σY	σs
1	100	798.829	740.962	1	0.001	0.001	100	798.830	740.963	0.002	0.003	0.000
2	101	802.534	761.647	1	-0.002	0.002	101	802.532	761.649	0.004	0.003	0.005
3	102	818.588	759.178	1	-0.001	-0.001	102	818.587	759.177	0.003	0.003	0.004
4	103	822.601	736.640	1	-0.001	0.001	103	822.600	736.641	0.002	0.004	0.005
5	104	812.722	734.788	1	-0.004	-0.005	104	812.722	734.783	0.002	0.003	0.003
6	105	797.594	738.493	1	-0.003	0.005	105	797.591	738.498	0.002	0.003	0.003
7	106	784.010	742.815	1	0.004	-0.001	106	784.014	742.814	0.002	0.003	0.004
8	107	775.983	741.889	1	-0.001	-0.004	107	775.982	741.885	0.002	0.003	0.003
9	108	765.112	740.440	1	-0.004	0.001	108	765.108	740.441	0.002	0.003	0.004
10	109	751.871	742.797	1	-0.002	0.002	109	751.869	742.799	0.002	0.003	0.004
11	110	743.709	737.356	1	0.000	-0.002	110	743.709	737.354	0.003	0.003	0.004
12	111	743.074	741.618	1	0.000	0.000	111	743.074	741.618	0.002	0.003	0.004
13	112	752.143	745.246	1	0.002	0.002	112	752.145	745.248	0.002	0.003	0.004
14	113	765.656	741.709	1	0.003	0.001	113	765.659	741.710	0.002	0.003	0.004
15	114	773.513	743.741	1	0.002	-0.003	114	773.515	743.738	0.002	0.003	0.003
16	115	783.392	744.976	1	0.002	0.002	115	783.394	744.978	0.002	0.003	0.004

辺長の標準偏差 0.0052				底辺・高さの標準偏差 0.0014							
実標準偏差/平均値 0.0070 0.001				実標準偏差/平均値 0.0010 0.000							
辺長の標準偏差B	点名		図面表示辺長	辺長の偏差	点名			図面表示底辺	図面表示高さ	底辺の偏差	高さの偏差
	始点	終点			底辺	底辺	頂点				
	100	101	21.010	0.004	104	102	103	25.090	9.170	-0.001	0.000
	101	102	16.240	0.004	102	100	104	26.870	13.960	0.001	0.000
	102	103	22.890	0.001	100	102	101	26.870	12.700	0.001	-0.001
	103	104	10.050	0.001	104	105	100	15.580	2.690	0.000	0.000
	104	100	15.200	0.004	100	106	105	14.930	2.600	0.002	0.000
	105	106	14.250	-0.003	100	115	106	15.950	1.940	0.000	-0.001
	106	107	8.080	0.005	106	114	115	10.540	2.100	-0.001	0.001
	108	109	13.450	-0.003	106	114	107	10.540	1.630	-0.001	-0.001
	110	111	4.310	0.002	107	108	114	10.970	2.160	-0.001	0.001
	113	114	8.120	-0.007	108	114	113	9.030	0.980	0.000	0.001
	114	115	9.960	-0.003	113	109	108	13.830	1.310	0.002	-0.001
	109	112	2.440	0.024	112	113	109	13.970	2.440	-0.001	-0.001
	108	113	1.380	0.004	111	112	109	9.770	2.170	0.000	0.001
	107	114	3.090	-0.005	109	110	111	9.810	3.900	0.000	0.000
	106	115	2.250	0.001							
	105	100	2.760	-0.001							
	109	111	8.880	-0.006							

【与えられている誤差の確認】

誤差がどのように与えられているか確認します。検証ではこの部分が重要になってきます、要するにランダムに正規化されたデータが要求されるからです。

辺長データ			平板相当データ			差
点	点	辺長	点	点	辺長	
100	101	21.01	100	101	21.01	0
101	102	16.24	101	102	16.24	0
102	103	22.89	102	103	22.89	0
103	104	10.05	103	104	10.05	0
105	106	14.25	105	106	14.25	0
106	107	8.08	106	107	8.08	0
108	109	13.45	108	109	13.45	0
113	114	8.12	113	114	8.12	0
114	115	9.96	114	115	9.96	0
110	111	4.31	110	111	4.31	0
111	112	9.77				
109	111	8.88	109	111	8.88	0
			104	100	15.2	
			114	115	9.96	
			109	112	2.44	
			108	113	1.38	
			107	114	3.09	
			106	115	2.25	
			105	100	2.76	

誤差が与えられていない

三斜データ TS相当データ					平板相当データ					差 X	差 Y	絶対値	絶対値
点	点	点	底辺	高さ	点	点	点	底辺	高さ				
104	102	103	25	9.1	104	102	103	25.09	9.17	-0.09	-0.07	0.09	0.07
102	100	104	26.9	13.9	102	100	104	26.87	13.96	0.03	-0.06	0.03	0.06
100	102	101	26.9	12.7	100	102	101	26.87	12.7	0.03	0	0.03	0
104	105	100	15.5	2.8	104	105	100	15.58	2.69	-0.08	0.11	0.08	0.11
100	106	105	14.8	2.6	100	106	105	14.93	2.6	-0.13	0	0.13	0
100	115	106	16.1	1.9	100	115	106	15.95	1.94	0.15	-0.04	0.15	0.04
106	114	115	10.5	2.2	106	114	115	10.54	2.1	-0.04	0.1	0.04	0.1
106	114	107	10.7	1.7	106	114	107	10.54	1.63	0.16	0.07	0.16	0.07
107	108	114	10.9	2.2	107	108	114	10.97	2.16	-0.07	0.04	0.07	0.04
108	114	113	9.1	0.9	108	114	113	9.03	0.98	0.07	-0.08	0.07	0.08
113	109	108	13.7	1.4	113	109	108	13.83	1.31	-0.13	0.09	0.13	0.09
112	113	109	13.9	2.3	112	113	109	13.97	2.44	-0.07	-0.14	0.07	0.14
111	112	109	9.77	2.2	111	112	109	9.77	2.17	0	0.03	0	0.03
109	110	111	9.81	3.8	109	110	111	9.81	3.9	0	-0.1	0	0.1
平均										-0.012	-0.004	平均	0.071

座標データ			平板相当データ				ベクトル		
点	x	y	点	x	y	差 X	差 Y	絶対値	絶対値
100	798.829	740.962	100	798.700	740.800	0.129	0.162	0.129	0.162
101	802.534	761.647	101	802.600	761.700	-0.066	-0.053	0.066	0.053
102	818.588	759.178	102	818.500	759.200	0.088	-0.022	0.088	0.022
103	822.601	736.64	103	822.700	736.500	-0.099	0.140	0.099	0.14
104	812.722	734.788	104	812.600	734.900	0.122	-0.112	0.122	0.112
105	797.594	738.493	105	797.600	738.300	-0.006	0.193	0.006	0.193
106	784.01	742.815	106	784.100	742.700	-0.090	0.115	0.09	0.115
107	775.983	741.889	107	775.800	741.900	0.183	-0.011	0.183	0.011
108	765.112	740.44	108	765.200	740.500	-0.088	-0.060	0.088	0.06
109	751.871	742.797	109	751.900	742.600	-0.029	0.197	0.029	0.197
110	743.709	737.356	110	743.800	737.500	0.109	-0.144	0.109	0.144
111	743.074	741.618	111	743.200	741.700	-0.126	-0.082	0.126	0.082
112	752.143	745.246	112	752.000	745.100	0.143	0.146	0.143	0.146
113	765.656	741.709	113	765.700	741.800	-0.044	-0.091	0.044	0.091
114	773.513	743.741	114	773.600	743.600	-0.087	0.141	0.087	0.141
115	783.392	744.976	115	783.200	744.800	0.192	0.176	0.192	0.176
平均						0.021	0.043	平均	0.108

誤差の中心がずれすぎ

ベクトル
0.207087
0.084646
0.090708
0.171467
0.165614
0.193093
0.146031
0.18333
0.106508
0.199123
0.180602
0.150333
0.204365
0.101079
0.16568
0.260461

誤差が大きい

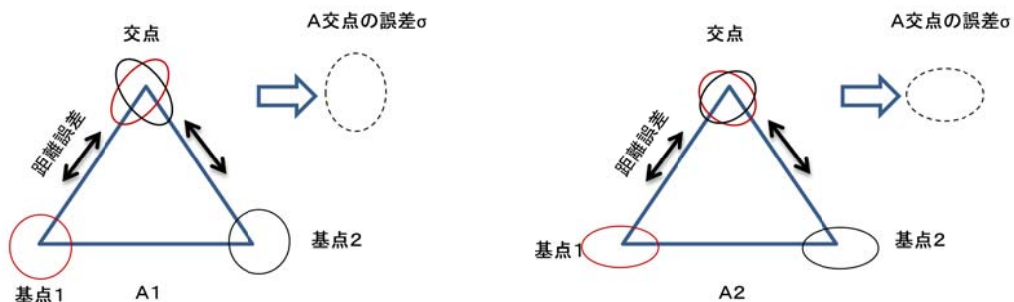
結果は上の表の通りです、読み取り座標値は点 1 1 5 に異常な誤差を与えてあり適切でない、誤差中心の平均がズレすぎており適切でない、底辺高さの誤差はこんなものか、辺長に誤差が与えられていないがこれでいいのか。

本来、測量は角度と距離の混合測量ですからそのレベルまでダウンして誤差を与えるべきですがここでは座標、底辺、高さとも距離誤差を与えているようなので距離誤差の伝播について考え、かつ辺長に誤差を与えておりませんので以下の説明は特殊な条件での解釈となります。

【三角形の計算誤差についての見解】

回答出来るほどに解ってはいないのですが、三角形A、Bとも計算される頂点の位置誤差は変わらない。

A図

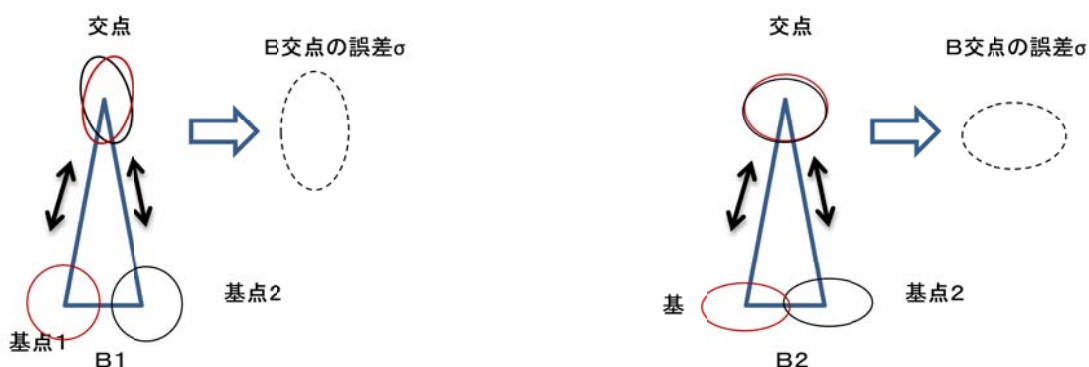


A 1 図で、基点の誤差が円として、距離誤差を与えると交点では楕円の誤差になる。基点 1 の持つ誤差を  $m_1$  とし辺長誤差の交点での誤差を  $m_2$  とすれば誤差伝播の法則から交点の誤差は  $A1m^2 = m_1^2 + m_2^2$  となる、点 2 からは点 2 の持つ誤差を  $m_3$  とし辺長誤差の交点での誤差を  $m_4$  とすれば誤差伝播の法則から交点の誤差は  $A2m^2 = m_3^2 + m_4^2$  となり、交点の誤差  $\sigma^2 = (A1m^2 + A2m^2) / 2$  となる。

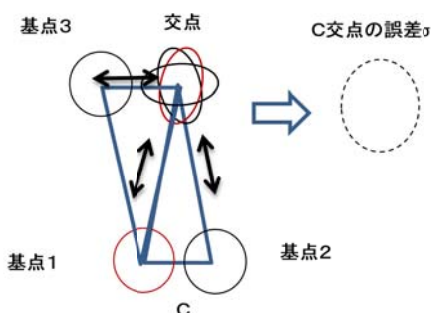
普通は基点の誤差に対して辺長誤差は小さいので基点誤差 5, 辺長誤差 3 として各点とも同じ誤差とすれば交点の誤差は 5.8 となる。

A 2 図は基点の誤差が楕円だった場合、普通は円ではなく楕円に誤差が存在するからこちらの形に近い。どちらも楕円状の誤差になるが基点の持つ誤差に影響されるので交点の誤差は予測できないが  $\sigma^2 = (\sigma m^2 + \sigma n^2) / 2$  ( $\sigma m$  は長軸誤差,  $\sigma n$  は短軸誤差) であわられ同じ誤差になる。

B 図



B 図についても誤差楕円のつぶれ具合が多少違ってても  $\sigma^2 = (\sigma m^2 + \sigma n^2) / 2$  の関係は変わらない。



C 図の場合、3 方向から距離誤差の影響を受ければ C 交点の誤差楕円は円に近づくが  $\sigma$  は変わらない。基点 1 から交点誤差は  $B1m^2 = m_1^2 + m_2^2$ , 3 方向からの交点誤差  $\sigma^2 = (B1m^2 + B2m^2 + B3m^2) / 3 = (\sigma m^2 + \sigma n^2) / 2$  と考えるのが妥当だと思います。

【平板の計算結果についての見解】

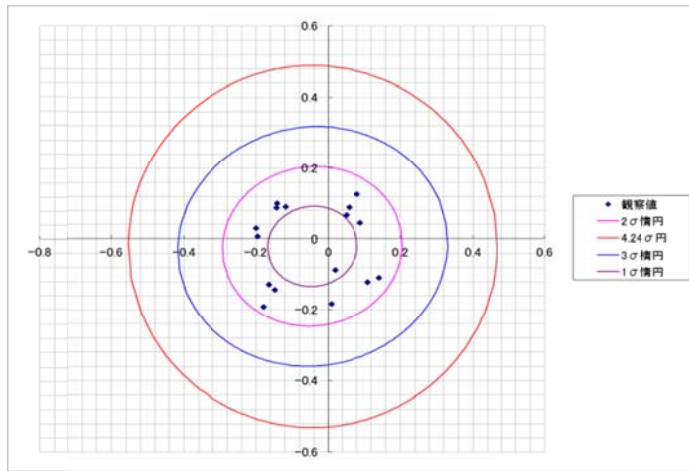
ここで、TS実測が正しい値と仮定して検証してみる、下図は平板読み値（三斜→画地調整プログラムの水色の値—以下同じ） 対 TS実測（（三斜→画地調整プログラムの水色の値—以下同じ）の差の散布図です。

ポイントは相関係数が0に近いこと（誤差楕円が円に近いこと）が必要です，円に近いほど誤差がランダムに与えられていることの証明になります。図1からはバラツキに関しては問題ないと思いますが誤差の中心（Xav, Yav）に偏りがある，考え方が複雑になるので出来れば避けたいところです。

計算重量の最も重い辺長は変えていない，底辺高さの長さは変えてあるが計算重量が小さいので影響はないだろうと思われる，このことから読み取り座標値の調整が主体に行われるデータと言える。

図1 平板読み値 対 TS実測

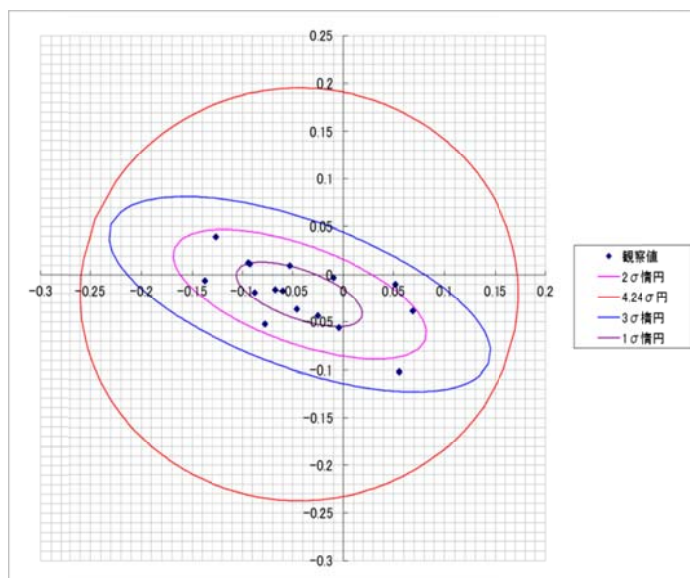
		分布中心		
$\sigma_m$	$\sigma_n$	Xav	Yav	相関係数
0.12467	0.10845	-0.0207	-0.0434	-0.159



次の図は平板読み値（三斜→画地調整プログラムの計算結果オレンジ色の値—以下同じ） 対 TS実測（三斜→画地調整プログラムの水色の値—以下同じ）の差の散布図です。

図2 平板三斜計算値 対 T S実測

		分布中心		相関係数
$\sigma_m$	$\sigma_n$	Xav	Yav	
0.06413	0.03129	-0.0207	-0.0434	-0.586



長軸の標準偏差  $\sigma_m$ 、短軸の標準偏差  $\sigma_n$  とも三斜→画地調整プログラムの計算によって小さくなります、つまり座標値の精度が上がったこととなります。

分布の中心 Xav, Yav はは変わりません、これははじめに図形から読み取った座標値のズレの中心は変わらないことを意味します。ですから図から座標値を起こす際は中心の偏りが無いように配慮することが求められます。

辺長、三角形の面積要素（底辺、高さ）の精度は三斜→画地調整プログラムから確認できますので説明はしません結果として円に近かった誤差楕円がつぶれた誤差楕円に変化しています（相関係数が0から大きくなっていく状態）。これは座標の重量、辺長の重量、面積の重量を違う重量に設定して計算しているために距離誤差の発生方向の違いで起こります。

実際の三斜図ではT S実測値は不明ですから今まで説明したことを確認することはできませんがこのような状況が起こっていると考えべきです。

三斜→画地調整プログラムで作成された座標値はこのように移動 (Xav, Yav が0でない) がおきているわけですからそのまま使うことは危険です。あくまでも実測とは異なる座標系の Xav, Yav を作っていると考えるべきなのです。つまりこの図面座標値を使って実測値との間で座標変換すれば復元値が得られるということです。



図1の状態と図2の状態のベクトル図を作成してみる(座標変換はしない)。

図3 平板読み値 対 TS実測のベクトル図

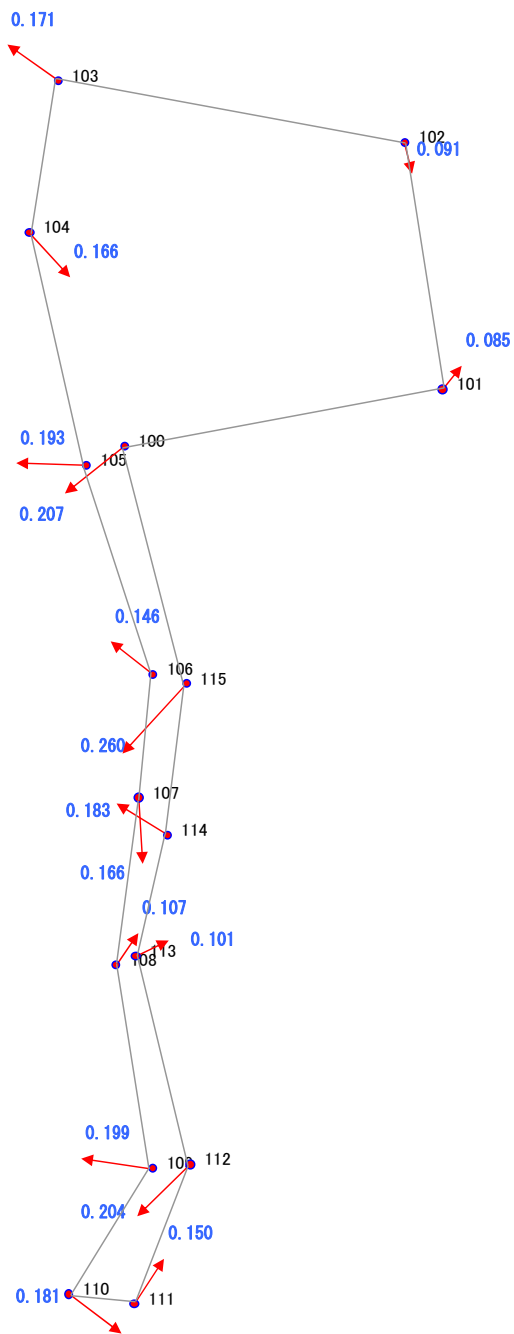
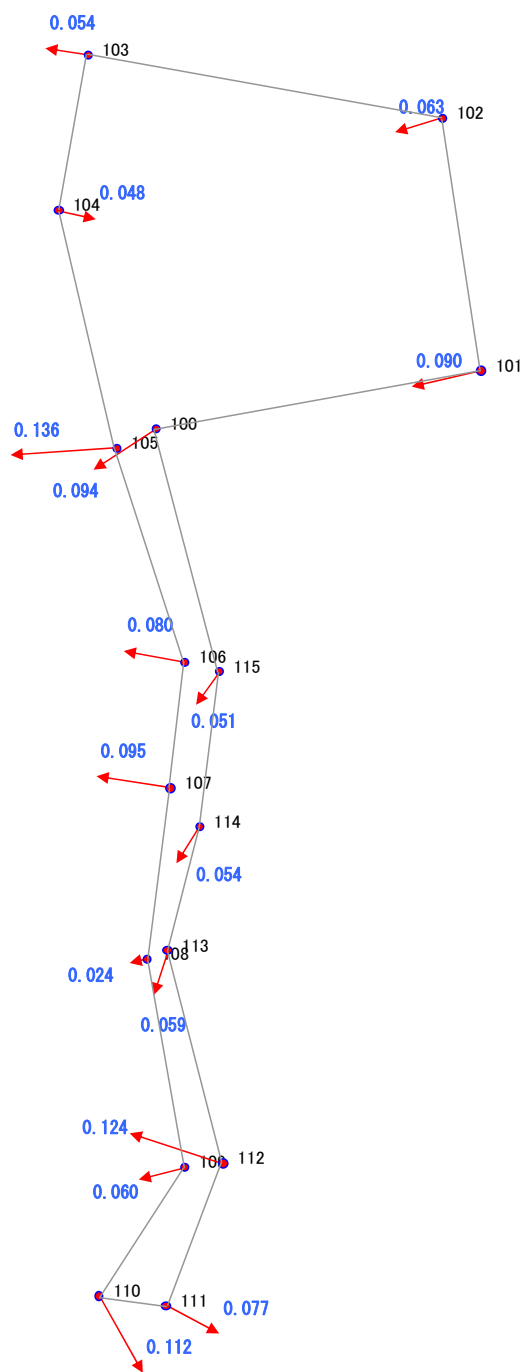


図4 平板三斜計算値 対 TS実測のベクトル図 (座標変換はしない)



点100～105のベクトル平均値は0.081, 点106～111の平均値は0.074 と差は見られない。

最初に読み取った平板座標値は近似値として与えられるようなので正確と言うよりバランス良く読みとることが求められるようです。ベクトル線の変化はなく小さくなって行くことが判ります。

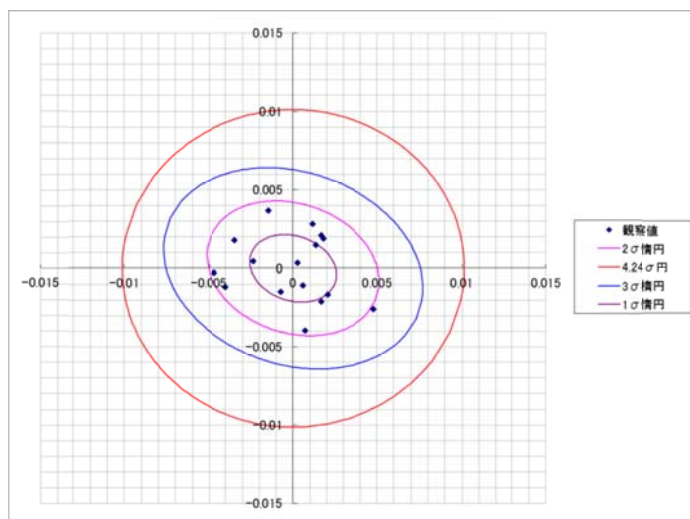
図5はTS三斜計算値（三斜→画地調整プログラムの水色の値—以下同じ） 対 TS実測（（三斜→画地調整プログラムの水色の値—以下同じ）の差の散布図です。

標準偏差のオーダーが0.002程度なので参考にはなりません確認のため作成してみました。辺長，底辺，高さをmmまで与えればもっと正確になります。

辺長，高さ，底辺のデータがcmで丸めてあるので5mm程度の誤差を与えたことと同じに成るため標準偏差0.002が生じる。

図5 トラン三斜計算値 対 TS実測

		分布中心		相関係数
$\sigma_m$	$\sigma_n$	Xav	Yav	
0.00265	0.00203	0.0000	0.0000	-0.263



【 $\sigma_x$ 及び $\sigma_y$ の欄は不要への見解】

たぶんこの値は計算式内で使う重量なのだと思います，したがってTOPに表示する，プログラム（Book）使用者に見せる必要はないと思います。

提供しているプログラム（Book）の段階ではこの部分は隠してあります。

誤差の評価はある点を基点にした絶対評価はしません，通常は測点全体での相対評価になります。

基準点測量から境界測量に入りますと基準点に位置誤差がないとして絶対評価しますが実際には基準点そのものにも位置誤差がありますので全体を座標変換した相対評価をしないと本来の精度は解りません。この点が誤差を説明する上で注意することです。