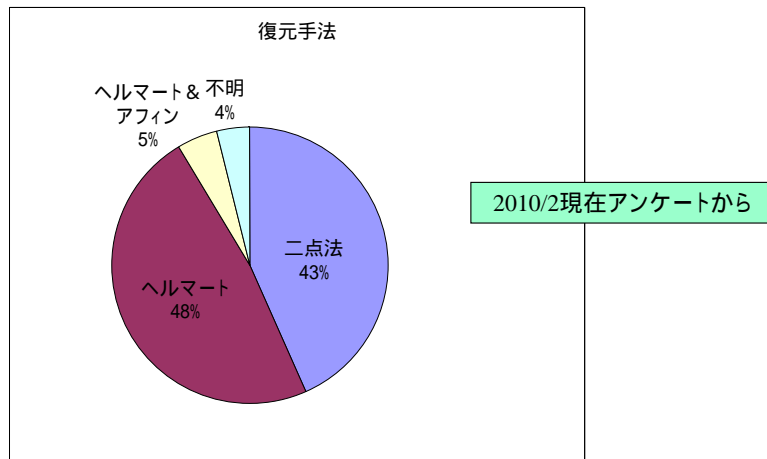


交点計算の危険性



土地家屋調査士・測量士 小野孝治 <http://012.o.oo7.jp/>

2009年3月から2010年2月までに取ったアンケートのよれば境界復元手法のなかで未だに交点計算が43%と多用されている。

さらにヘルマート変換を使っているのが48%と多いがヘルマート & アフィン変換を併用している方が5%と少ないのが問題ではあるが今回は交点計算（二点法）について考えてみた。

交点計算の注意 1

境界復元計算に交点計算を可とした解説書はない

福永先生の17条地図活用マニュアルから 2000年

3) 距離法

① 交合法

筆界点の点間距離は図示されているが座標値が分からないときは、隣接する準拠筆界点から直接、距離を測って点を復元することが可能である。ただし、交会角が直角に近い場合は良いが、 0° 又は 180° に近づくとつれて、その精度が著しく落ちるから注意を要する。詳しくは、(3.3図根点の復元 1.引照点による復元 90頁)を参照されたい。

福永先生の14条地図活用マニュアルから 2008年

3) 距離法

① 交合法

2点以上の準拠筆界点から距離のみで交点を求める方法であるが、精度は良くない。特に交会角が $30\sim 150^\circ$ を超えるときはしてはならない(3.3 図根点の復元 1.引照点による復元 93頁を参照)。

境界(筆界)復元において交点計算を可とした書籍はないがこの方法が最も一般的に使われていることはアンケート結果からも明らかである。

特に高齢(50歳以上)の方に交点計算を未だに使用している方が多い、これは50歳を境に新しいことへの取り組みが出来なくなることが大きな要因と考えられる。

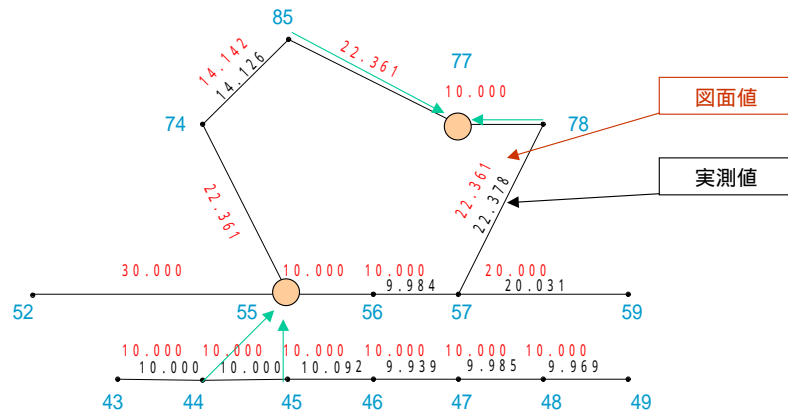
そこで交点計算の是非について考えてみた、いわゆる2円の交点計算、線の按分等の数学的計算法はいわゆる平板測量時代の図解法の遺産として残ってしまったものである。

境界鑑定研修会などで平気で〇〇と〇〇の交点を計算して・・・など安易に使われていることは普段から気がかりなことである。

ここに福永先生が2,000年に出された17条地図活用マニュアルでは「・・・可能である。」と書かれているものがある、このことには以前から疑問を感じていましたが2,008年の改訂版では「・・・精度は良くない。・・・時はしてはならない。」と直されています。

この点をもう少し具体的に解析してみたいと思う。

交点計算の注意 実測値 2



道路の点55は44と45の2点から交点計算

筆界の点77は85と78の2点から交点計算

何故、隣接する2点から交点計算した時に復元精度が悪いのかをデータを使って解説してみます。

上の図面で赤が図面值（以前に測った値）で黒が実測値（今回測った値）です、この中で不明な点55と点77を復元してみます。

隣接の2点を使いますので道路の点55は44と45の2点から2円の交点計算、筆界の点77は85と78の2点から2円の交点計算をします。

交点計算の注意 歪みの無いデータ 3

点番	図面值=期待値			実測値		
	点名	X	Y	点名	X	Y
1	43	40	20	G43	39.992	19.992
2	44	40	30	G44	39.924	29.992
3	45	40	40	G45	39.977	39.992
4	46	40	50	G46	39.992	50.084
5	47	40	60	G47	40.015	60.023
6	48	40	70	G48	40.015	70.008
7	49	40	80	G49	39.985	79.977
8	52	50	10	G52	49.962	9.977
9	55	50	40			
10	56	50	50	G56	50.023	50.008
11	57	50	60	G57	49.992	59.992
12	59	50	80	G59	49.97	80.023
13	74	70	30	G74	70.023	29.985
14	77	70	60			
15	78	70	70	G78	70.015	69.985
16	85	80	40	G85	79.97	40.015

このデータには母集団があり期待値は図面值同じか1mm程度の復元誤差がある。
 実測値空白の55と77の点を交点計算し、期待値との差をみてもみる。

元々このデータは座標解析用に作ったもので全部で100点あります、その中からランダムに16点を抜きとって計算に使ったものです。

ですから不明な55と77を含めて全ての点に答えが用意されています、その答えは図面值とほぼ同じ値になります。

100点全部を使って計算しますと違って1mm程度の差が生じるだけです。

この辺の考え方は統計の母集団と標本の関係になり難しくなりますので100点を母集団としたときの正解（期待値）が用意されていると考えてください。

つまりここでは図面值に近い数値が計算されるほど復元精度が高いということです。

交点計算 歪みの無い復元値 4

[交点期待値henkan](#)

(期待値)			2円交点計算値		
H55	50.000	40.000	H55	49.977	39.939
交点計算 $x=0.023$ $y=0.061$ ベクトル0.065					

(期待値)			ヘルマート変換計算値		
H55	50.000	40.000	H55	49.986	40.001
ヘルマート変換 $x=0.014$ $y=0.001$ ベクトル0.014					

(期待値)			2円交点計算値		
H77	70.000	60.000	H77	69.998	60.005
交点計算 $x=0.002$ $y=0.005$ ベクトル0.005 (0.006)					

(期待値)			ヘルマート変換計算値		
H77	70.000	60.000	H77	69.999	59.999
ヘルマート変換 $x=0.001$ $y=0.001$ ベクトル0.001					

ヘルマート変換における図の標準偏差は0.027、点の復元精度の標準偏差は55、77とも0.003

点55について図面上の長さを使って実測点（44と45）から交点計算してみますと期待値との差は65mmです。

これをヘルマート変換（伸縮率free）でみますと図面值との差は14mmとなり復元値は交点計算の4分の1になります。

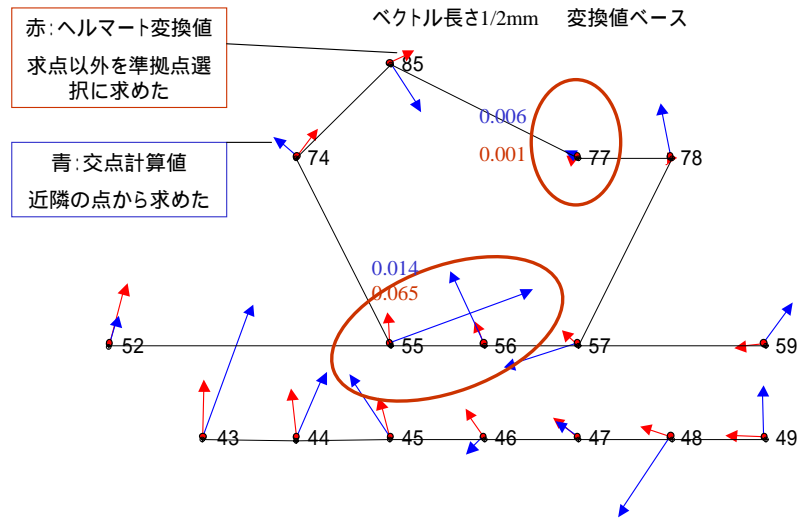
点77について図面上の長さを使って実測点（85と78）から交点計算してみますと期待値との差は5mmです。

これをヘルマート変換（伸縮率free）でみますと1mmとなります。

交点計算の場合、復元精度が低いのは基準とした点に位置誤差があるからです、これをベクトル図で見えます。

交点計算 歪みの無いベクトル図 5

復元精度と準拠点数



交点計算の復元精度は基準とした点の位置誤差を背負って計算される。

交点計算をする方は基点の位置誤差を調べないので復元精度を予測できないのが問題となる。

2点の交点計算が一番復元精度が悪い……筆界の場合再形成になるので使ってはならない(再形成出来るの判決の時だけ)。

ベクトル図は期待値と復元値の位置の差です。

青が交点計算点と期待値のベクトル差、赤がヘルマート変換と期待値のベクトル差です、平均で交点計算で0.028、ヘルマート変換で0.013です。

交点計算の場合点数が増えてもこの値には変化はありませんがヘルマート変換の場合点数が増えると平均値が小さくなります。

準拠点数が15点では復元精度は3.3(復元精度と準拠点数の表で距離5のとき)で30点では2.2となりますので0.013が0.009に良くなります。

どの点にも図面値と実測値には相対的な位置誤差がありますので特定の点を選んで交点計算をするべきではありません。

また、このデータは歪み、一定方向への伸縮(横方向の伸縮、縦方向の伸縮)がない場合の例です、ですから歪み、一定方向への伸縮のあるデータでは交点計算によって復元値は全く期待できません。

このことを次に証明してみます。

筆界の再形成・・筆界が復元出来ない場合に判決で筆界を新たに作ること。

交点計算 歪みのベクトル量 6

復元精度と準拠点数

歪みの無いデータ

	交点計算	ヘルマート変換
43	0.061	0.025
44	0.030	0.021
45	0.032	0.018
46	0.011	0.015
47	0.012	0.014
48	0.042	0.014
49	0.023	0.016
52	0.012	0.027
55	0.065	0.014
56	0.035	0.011
57	0.034	0.009
59	0.021	0.013
74	0.013	0.015
77	0.006	0.001
78	0.023	0.004
85	0.025	0.012
平均	0.028	0.013

歪みのあるデータ(14度回転)

	交点計算	アフィン変換
43	0.107	0.027
44	0.074	0.023
45	0.058	0.019
46	0.204	0.016
47	0.060	0.013
48	0.209	0.013
49	0.048	0.014
52	0.094	0.028
55	0.116	0.015
56	0.095	0.011
57	0.086	0.008
59	0.060	0.011
74	0.245	0.012
77	0.074	0.003
78	0.221	0.007
85	0.162	0.008
平均	0.120	0.014

ベクトル図省略

歪み無いデータで2.2倍あり、さらに準拠点が増えれば座標変換による精度は上がりま
すから表以上の差があるとかんがえる。

図面には必ず歪みがありますから交点計算による復元精度は全く期待出来ないと言え
ます。

数値で見れば表の通りです。

歪みの無いデータで2.2倍あり、さらに準拠点が増えれば座標変換による精度は上がりま
すから表以上の差があるとかんがえる。

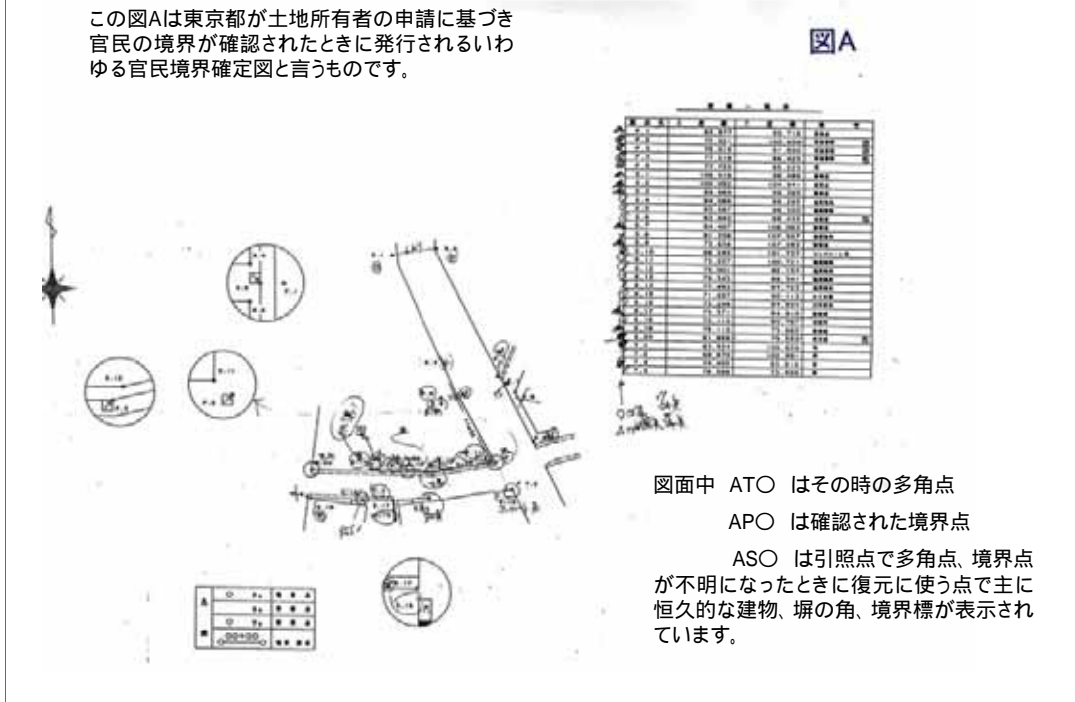
右が歪みのあるデータの場合です、ベクトル図が省略します、図面には必ず歪みがあり
ますから交点計算による復元精度は全く期待出来ないと言えます。

交会角が30度～150度を越えるときは交点計算をしてはならないといわれますが検証して
見るとむしろ交点計算の基になる点の位置誤差に大きな影響を受けるためどの角度でも
精度は確保出来ないと考えべきである。

これ以上の説明の必要はいらないでしょう。

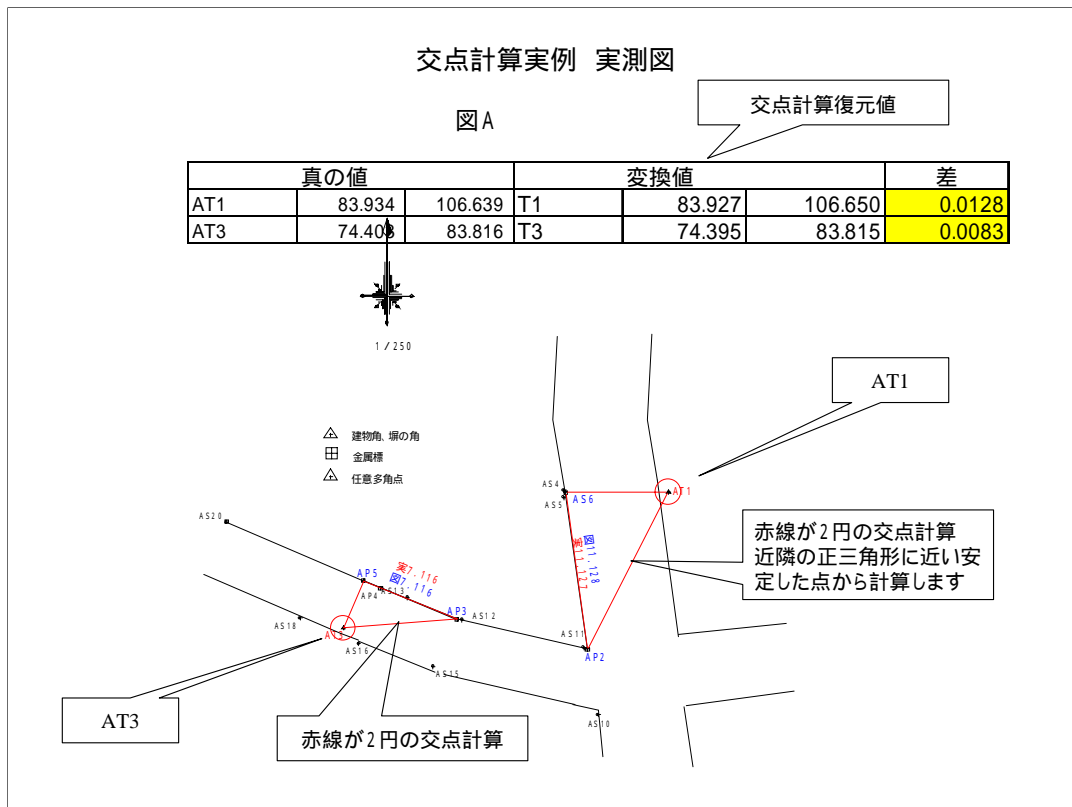
交点計算実例 図面

この図Aは東京都が土地所有者の申請に基づき官民の境界が確認されたときに発行されるいわゆる官民境界確定図と言うものです。



ここでは二点法変換または二円の交点計算を境界復元計算に使う方がいまだに居ると聞いていますので実際の図面と現地のデータを使って二円の交点計算（点間の伸縮率を加味した計算）とヘルマート変換（伸縮率free）、アフィン変換の違いについて比較検討してみました。

この図Aは東京都が土地所有者の申請に基づき官民の境界が確認されたときに発行されるいわゆる官民境界確定図と言うものです。



図面中のAT1とAT3が現存していましたがこの2点が不明なものとして二点法、ヘルマート変換（伸縮率free）、アフィン変換で復元計算をしてみます。

通常は実測値をベースに変換して図面值を実測値に載せる変換をしますがここでは逆の変換、図面值をベースに変換してみます。

そうすればAT1とAT3の図面值は既知ですから変換値と図面值を比較すればどの程度の誤差で復元されたかがわかるということです。

本来であれば図面值 - 変換値 = 0 が理想なのですが各点にそれぞれ独立した測量誤差がありますので 0 にはなりません。

建物角、塀の角の不安定な場所ではなく安定した観測結果が得られる境界標を使ってみる、AT1はAP2（金属標）とAS6（金属標）の二点を使って変換してみます。

（ここでは交点計算でなくヘルマート変換（伸縮率free）の2点指定でおこなっていますが、結果は変わりません。

AP2（金属標）とAS6（金属標）と図面值と実測値の差は1mmです。

AT3はAP3（金属標）とAP5金属標）の二点を使って変換してみます。

AP3（金属標）とAP5金属標）と図面值と実測値の差は0mmです。

交点計算実例 ヘルマート変換

点数	Hel	Aff
15	55	57
14	48	46
13	40	40
12	32	34
11	26	28
10	22	24
9	18	21
8	13	17
7	11	14
6	9	13
5	4	8
4	1	2

AICを比較するとHel321、affine34でヘルマート変換優位のデータだが差がない。
標準偏差は3mmと非情に小さい。

ヘルマート変換 & 2検定準拠点選択

事件名			平均二乗誤差	0.004	
係数a	0.976913	伸縮率	0.999967	AIC	32
係数b	-0.213485	指定伸縮率	<input type="text" value="1.000"/>	標準偏差	0.003
移動量x	-307.313	回転角	-12° 19' 37"	尖度	0.77
移動量y	-511.384	指定数			

17 指定数までリセット			12 準拠点をアフィンAICへ	空欄の実測値戻す			H	点名セット			12
点番	変換される座標値(図面値)		準拠点	変換の基となる座標値(実測値)		変換された座標値					
	点名	X		Y	点名	X	Y	点名	X	Y	
1	AP2	502.213	517.062	AP2	72.921	100.958	HAP2	72.921	100.955		
2	AP3	502.305	507.669	AP3	75.015	91.800	HAP3	75.016	91.799		
3	AP4	503.310	501.950	AP4	77.218	86.425	HAP4	77.218	86.426		
4	AP5	503.561	500.665	AP5	77.733	85.223	HAP5	77.738	85.224		
5	AS4	512.765	513.046	AS4	84.086	99.285	HAS4	84.086	99.284		
6	AS5	512.282	513.185	AS5	83.587	99.320	HAS5	83.585	99.317		
7	AS6	512.653	513.210	AS6	83.943	99.433	HAS6	83.942	99.421		
8	AS10	497.850	518.815	AS10	68.295	101.737	HAS10	68.284	101.736		
9	AS11	502.279	516.811	AS11	73.037	100.721	HAS11	73.039	100.724		
10	AS12	502.365	508.025	AS12	75.001	92.157	HAS12	74.998	92.159		
11	AS13	503.058	503.965	AS13	76.543	88.341	HAS13	76.542	88.341		
12	AS15	498.704	506.717	AS15	71.697	90.113	HAS15	71.701	90.100		
13	AS16	499.149	501.296	AS16	73.298	84.894	HAS16	73.293	84.899		
14	AS18	500.052	496.888	AS18	75.115	80.787	HAS18	75.116	80.785		
15	AS20	505.539	490.361	AS20	81.868	75.583	HAS20	81.870	75.581		
16	AT1	514.184	520.263				HAT1	83.932	106.638		
17	AT3	500.000	500.000				HAT3	74.401	83.814		

復元値

ヘルマート変換とアフィン変換のどちらが優位かをAICで確認しますがAICの差が少ないのでどちらの変換でも問題はないが強いて言えばヘルマート変換になる。
AICを比較するとHel32、affine34でヘルマート変換優位のデータだが差がない。
標準偏差は3mmと非情に小さい。

交点計算実例 アフィン変換

伸縮率、回転角とも問題は無い

アフィン変換 & 2検定準拠点選択

事件名							
係数a	0.976836	移動量x	-307.316	伸縮率x	0.999875	平均二乗誤差	0.003
係数b	-0.213403	移動量y	-511.508	伸縮率y	0.999991	AIC	34
係数c	-0.213767			回転角x	-12° 19' 24"	標準偏差	0.002
係数d	0.976876			回転角y	-12° 20' 36"	尖度	0.72

17 指定数までリセット				14 準拠点をヘルマートAICへ	a 空欄の実測値戻す				12 点名セット			
変換される座標値(図面値)				変換の基となる座標値(実測値)				変換された座標値				
点番	点名	X	Y	準拠点	点名	X	Y	点名	X	Y		
1	AP2	502.213	517.062	AP2		72.921	100.958	aAP2	72.922	100.954		
2	AP3	502.305	507.669	AP3		75.015	91.800	aAP3	75.016	91.798		
3	AP4	503.310	501.950	AP4		77.218	86.425	aAP4	77.218	86.426		
4	AP5	503.561	500.665	AP5		77.733	85.223	aAP5	77.738	85.224		
5	AS4	512.765	513.046	AS4		84.086	99.285	aAS4	84.086	99.287		
6	AS5	512.282	513.185	AS5		83.587	99.320	aAS5	83.585	99.319		
7	AS6	512.653	513.210	AS6		83.943	99.433	aAS6	83.942	99.423		
8	AS10	497.850	518.815	AS10		68.295	101.737	aAS10	68.286	101.734		
9	AS11	502.279	516.811	AS11		73.037	100.721	aAS11	73.040	100.723		
10	AS12	502.365	508.025	AS12		75.001	92.157	aAS12	74.999	92.159		
11	AS13	503.058	503.965	AS13		76.543	88.341	aAS13	76.542	88.341		
12	AS15	498.704	506.717	AS15		71.697	90.113	aAS15	71.702	90.098		
13	AS16	499.149	501.296	AS16		73.298	84.894	aAS16	73.293	84.898		
14	AS18	500.052	496.888	AS18		75.115	80.787	aAS18	75.116	80.785		
15	AS20	505.539	490.361	AS20		81.868	75.583	aAS20	81.869	75.581		
16	AT1	514.184	520.263					aAT1	83.932	106.640		
17	AT3	500.000	500.000					aAT3	74.401	83.814		

復元値

伸縮率、回転角とも問題は無いのでどちらの変換にするか迷うデータである。
ここでは両方で比較してみた。

交点計算実例 復元値の比較

交点計算ではT1は本来の位置から12.8mm、T3は本来の位置から8.3mmずれた位置に復元されたことになる。

実測値			交点	計算値		差
AT1	83.934	106.639	T1	83.927	106.650	0.013
AT3	74.403	83.816	T3	74.395	83.815	0.008
ヘルマート変換値						
AT1	83.934	106.639	HAT1	83.932	106.638	0.003
AT3	74.403	83.816	HAT3	74.401	83.814	0.002
アフィン変換値						
AT1	83.934	106.639	aAT1	83.932	106.640	0.002
AT3	74.403	83.816	aAT3	74.401	83.814	0.003

ヘルマートとアフィンで差がな
く3mm、2mmずれた位置に復元
されたことになる。

二点法で変換している場合はこのズレが分からないので当然復元の精度は分からない、よりどころは準拠点にした二点が「正確だろうから復元した点も正確だろう」という「たら！れば！」の世界でしかない。

復元値の誤差が約4.2倍と大きく過ぎるので交点計算をしてはならないことが分かる。

交点計算の危険性が分かってもらえたと思いますがどうでしょうか。

前半のテストデータでは2.2倍の差でしたが実際のデータでは多少なりとも歪みがあるためでしょうか4.2と大きい。

交点計算実例 逆判定で確認

ヘルマート 判定データ

グレーの文字は学習用に残してあるものです。

制限値を入力し、越える値は赤で表示される。

制限値
0.019

ベクトル操作成用です。導関点選択結果の状態が表示されます。

NO	実測点			図面値OR変換値			印刷		ベクトル		実測から変換への方向と距離		多角点逆判定判定値
	点名	X	Y	点名	X	Y	X	Y	ベクトル	点名	度	ベクトル	0.003
1	AP2	72.921	100.958	HAP2	72.921	100.955	0.000	-0.003	0.003	AP2	261	0.003	0.002
2	AP3	75.015	91.800	HAP3	75.016	91.799	0.001	-0.001	0.002	AP3	295	0.002	0.001
3	AP4	77.918	86.426	HAP4	77.918	86.426	0.000	0.000	0.001	AP4	70	0.001	0.001
4	AP5	77.733	85.223	HAP5	77.738	85.224	0.005	0.001	0.005	AP5	15	0.005	0.004
5	AS4	84.086	99.285	HAS4	84.086	99.284	0.000	-0.001	0.001	AS4	297	0.001	0.000
6	AS5	83.587	99.320	HAS5	83.585	99.317	-0.002	-0.003	0.004	AS5	232	0.004	0.003
7	AS6	83.943	99.433	HAS6	83.942	99.421	-0.001	-0.012	0.012	AS6	265	0.012	0.009
8	AS10	88.285	101.737	HAS10	88.284	101.736	-0.011	-0.001	0.011	AS10	185	0.011	0.008
9	AS11	73.037	100.721	HAS11	73.039	100.724	0.002	0.003	0.003	AS11	61	0.003	0.002
10	AS12	75.001	92.157	HAS12	74.998	92.159	-0.003	0.002	0.003	AS12	142	0.003	0.002
1	AS13	76.543	88.341	HAS13	76.542	88.341	-0.001	0.000	0.001	AS13	194	0.001	0.001
2	AS15	71.897	90.113	HAS15	71.701	90.100	0.004	-0.013	0.014	AS15	287	0.014	0.010
3	AS16	73.298	84.884	HAS16	73.293	84.889	-0.005	0.005	0.007	AS16	135	0.007	0.005
4	AS18	75.115	80.787	HAS18	75.116	80.785	0.001	-0.002	0.002	AS18	309	0.002	0.001
5	AS20	81.869	75.583	HAS20	81.870	75.591	0.002	-0.002	0.003	AS20	309	0.003	0.002
6	AT1	83.634	106.639	HAT1	83.632	106.638	-0.002	-0.001	0.003	AT1	210	0.003	0.002
7	AT3	74.403	83.816	HAT3	74.401	83.814	-0.002	-0.002	0.002	AT3	219	0.002	0.002
8													
9													

逆判定値.003より小さければOK

ちなみにプログラムに組み込まれた逆判定機能で確認すると判定値0.003に対して0.002と問題が無いのでAT1とAT3を与点として復元しても問題は無いことになる。

可能な限り様々な角度から確認、検証しておけば問題は発生しない。