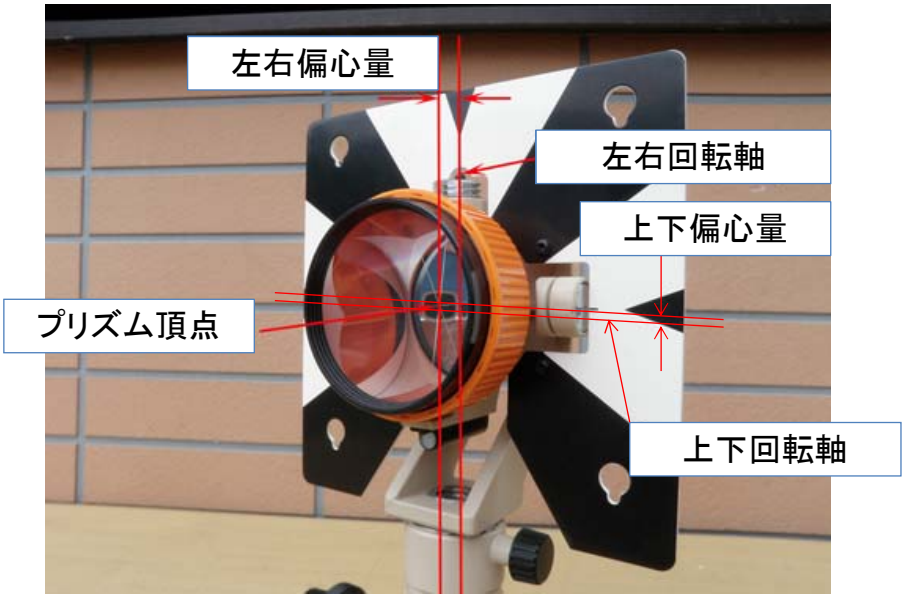
いまさら聞けないプリズムの誤差

2014/2/13

プリズムの偏心要素



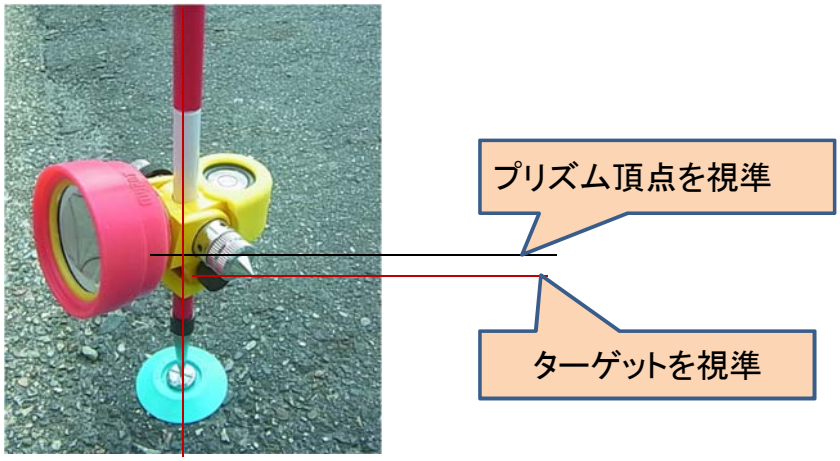
図に示す5つの要素が観測できる。
今までのプリズムはプリズム頂点は視準しないことになっている、このことについては後の計算結果を見てください。

左右に回転すれば水平角が違う。
上下に振れれば鉛直角に影響し距離が違ってくる。

傾斜・回転が起こるミニプリズムの場合

水平角＝手動では回転軸（ピン中心）又は鋲を直視するので問題はない

鉛直角＝プリズム中心とプリズム頂点が上下、左右方向に回転する



ターゲット視準とプリズム頂点視準で鉛直角が違うので水平距離も違ってくる、どっちの視準が正確なのだろうかという問題がある。

プリズムのタイプ

A
プリズム常数が　０　のタイプ。
ワンタッチで上下にスライドできる利点がある。
計算では最も誤差が大きい。

B
プリズム回転軸付近にプリズム面にあるタイプ。
約1インチで常数が-30のタイプ。

C
測角の偏心が無いタイプ。
プリズム面からプリズム高の3分の2に回転軸が設定されている。
メーカによって常数が異なる、写真のは－17．6mm、0．5インチで常数が－7のタイプもある。

D
プリズム頂点付近（プリズム内の3本の線が公差する点）に回転軸があるタイプ。
あまり見られない。

一般的にはA,B,C　のタイプがミニプリズムとして使われている。
自動視準TSの普及でC　の常数－7タイプが使われているようです。

回転軸がプリズム光中心の型（無偏心）Cタイプ

上（常数　0）
下（常数　－7）自動視準対応のプリズム
写真は常数0の状態
0．5インチで300m

プリズム頂点視準でもターゲット（回転・上下）視準でも精度は同じ結果になる。
測角が無偏心である、測距誤差はある。

½　inプリズム（右のタイプ　チビプリズムⅡ型）
株式会社テクノ・アイ・システム
http://www.e-tis.co.jp/survey/index.html

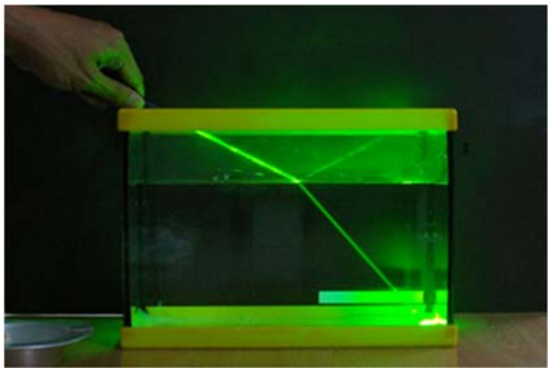
傾斜,回転が無い一麦子プリズム

どのようなタイプでもTSとプリズム面を正対させると誤差が無い

十字線－プリズム中心－プリズム頂点　が直線上にある場合（光軸とプリズム面が直交している）

ピープサイトでプリズム面と光軸を直交出来る
ミニプリズムの場合だけで検討してみる

光の屈折率



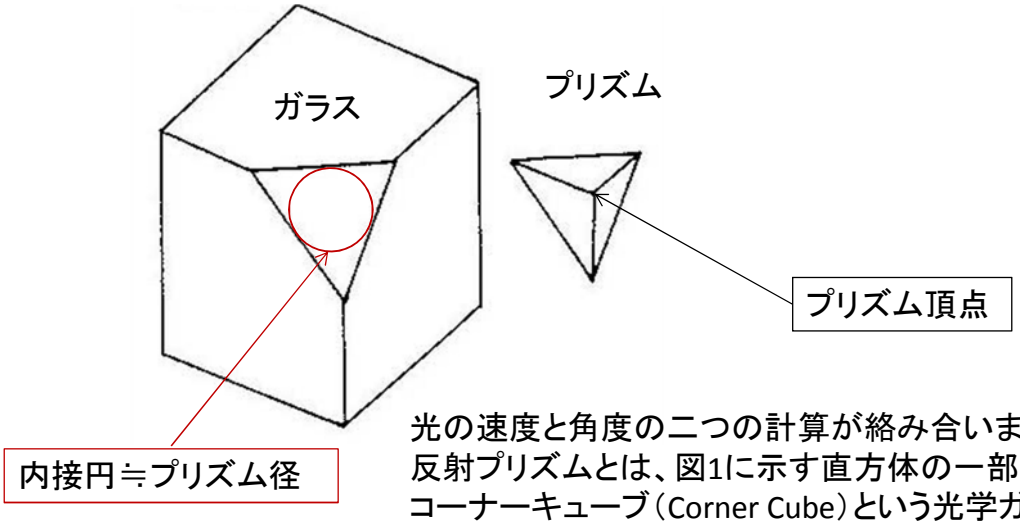
$$\frac{\mathrm{Sin}\ \ i}{\mathrm{Sin}\ \ r}$$ ＝屈折率＝一定（≒1.5）

ガラスの屈折率は約1.5程度
（正確には種類によって異なる）

http://ww1.tiki.ne.jp/~uri-works/tmp/

プリズムの原理　01

1.5インチプリズムの原理はこのホームページから引用しました。
http://www.geocities.jp/sakai_sokuryou/rest7.html



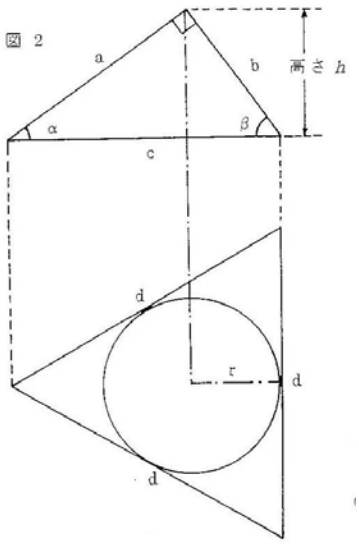
光の速度と角度の二つの計算が絡み合います。
反射プリズムとは、図1に示す直方体の一部を切り取った、コーナーキューブ（Corner Cube）という光学ガラス製品の測量向けの応用商品である。
直角プリズムは平面上で、光を元の方向へ返す性質がある。

プリズムの原理　02

1.5インチプリズムの原理はこのホームページから引用しました。
http://www.geocities.jp/sakai_sokuryou/rest7.html

図2では、口径38ミリメートルのミニプリズムを例として、電卓の表示をフル桁で記載します。
コーナーキューブは直角二等辺三角形と正三角形の面だから、

a:b:c=1:√2/2:√3/√2である。したがって、
α＝35°　15′　51.8″
β＝54°　44′　8.2″
高さh＝28.5ミリメートルのコーナーキューブの寸法は、
a＝49.36344898
b＝34.90522849
c＝60.45763038
d＝69.81045835
r＝20.15254346 2r＝40.30508692（内接円の直径）

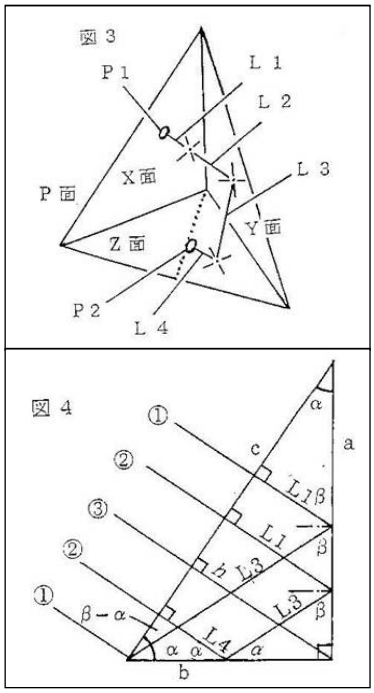


プリズム径×0.75≒プリズム高

プリズムの原理　03

1.5インチプリズムの原理はこのホームページから引用しました。
http://www.geocities.jp/sakai_sokuryou/rest7.html

図3では、P面でP1から入射して、経路L1、L2．L3．L4と内部を3回反射してから、P2で出射する。
図4では、XY面の中間45°の断面図で平面に引きなおして、内部の光の経路を計算します。三次元の立体幾何はなじみが少ないので、この方法が分かりやすくなります。
P面に垂直入射した場合の経路の計算
①ではL2、L4が微小な距離とみなします。
L3＝b×1/cosα＝42.74999916
L1＝L3×sin(β－α)＝14.25000084
L1+L2+L3+L4＝57.00＝2×28.50＝2h
② ではL2が微小な距離とみなします。
③ ではL2、L3が微小な距離とみなします。
このとき、見かけの長さは、三次元の長さに等しいと見なします。
①と②と③の何れの経路も高さhの2倍になる。



プリズムの原理　04

1.5インチプリズムの原理はこのホームページから引用しました。
http://www.geocities.jp/sakai_sokuryou/rest7.html

図5スネルの屈折の法則

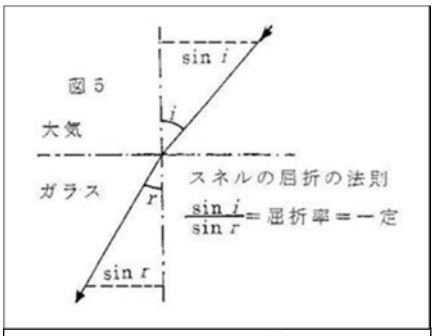
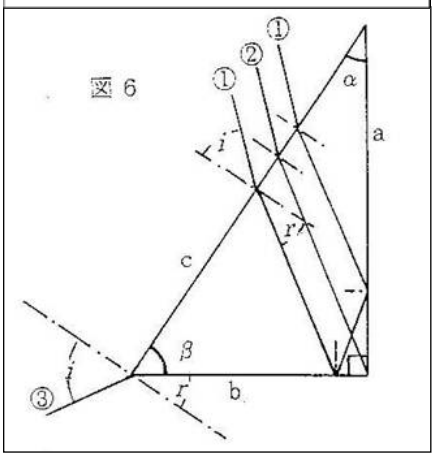


図6では屈折入射した場合の径路を計算します。
経路は垂直入射した長さより大きくなる。なぜならば、立体図形では、光は奥行きの方向になるから、図面の見え掛りの長さより大きい。前提条件その1③の定 義により、経路に屈折率を掛けたものが、光路長である。

入射角i	屈折角r	1/cos α	2h×1/cos α ×1.50	光路長×1/2	差
0°	0°	1.00	2×28.50×1.00×1.50	42.75	0
10°	6°	1.01	2×28.50×1.01×1.50	43.03	0.28
30°	19°	1.06	2×28.50×1.06×1.50	45.34	2.59
45°	28°	1.13	2×28.50×1.13×1.50	48.47	5.72
60°	35°	1.22	2×28.50×1.22×1.50	52.35	9.60



PS:　ここまでは同じ考えです。

プリズムが傾くと距離誤差が出る

プリズム高58mmで A,B,C,D のタイプを作って実験
傾斜角は角度ゲージで確認した

A 常数0

D プリズム頂点がピンの中心

C プリズム光中心がピンの中心

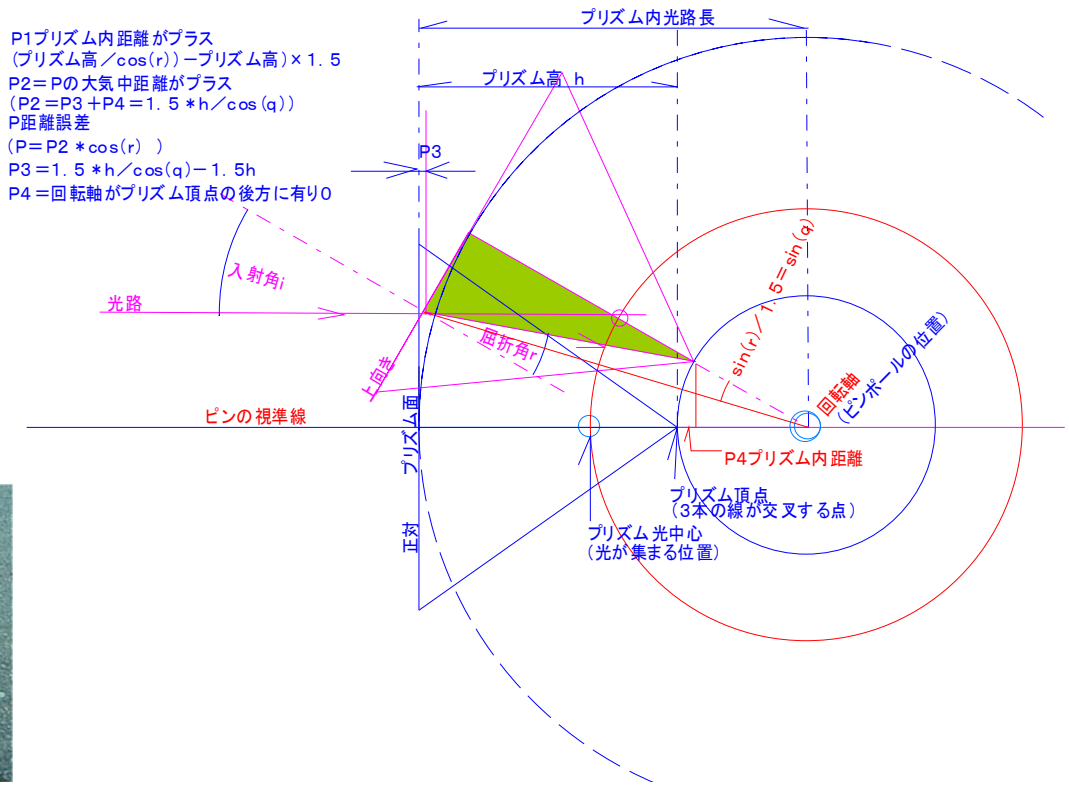
実験データ

実験でプリズム高58mm、入射角20°で観測
Aタイプは15°（20°では信号受信出来ず）
B,C,D も20を超えると信号受信出来ない（ソキアTS）

Aタイプ	正対時	2989．0	15°傾斜	2990.0	1.0mm
Bタイプ	正対時	3070．0	20°傾斜	3071.0	1.0mm
Cタイプ	正対時	3036．0	20°傾斜	3036.0	0.0mm
Dタイプ	正対時	2987．7	20°傾斜	2987.8	0.1mm

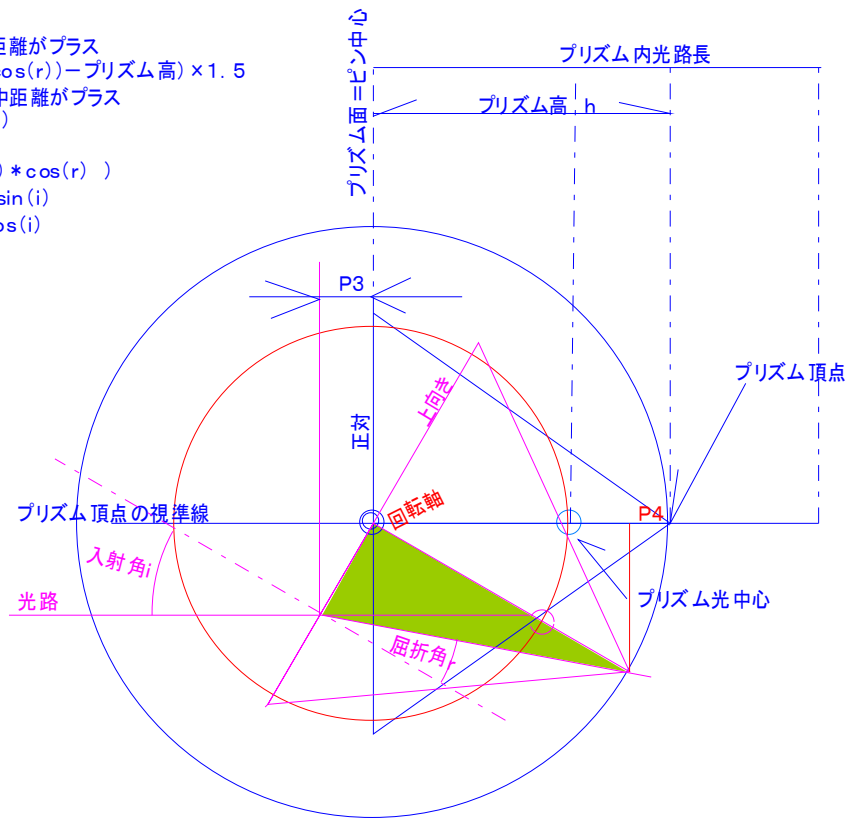
TSの測距精度が±2mm なのでいまいちデータに信頼性がない（確率的には1mm超える確率は5%なので通常1mm程度はTS側に問題があるのだろう）。
距離の違いは常数の違いからです。
正対時の鉛直角は 90°です。
点間の水平距離は2988.0 mmです。

A 距離誤差



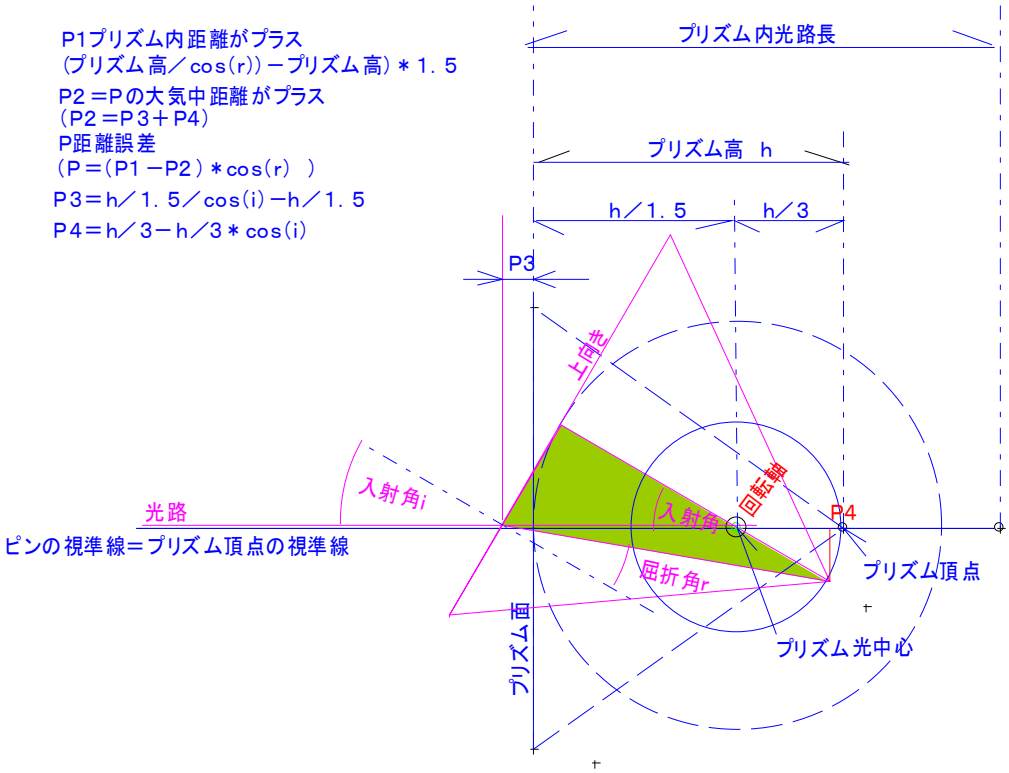
B　距離誤差

P1プリズム内距離がプラス
(プリズム高／cos(r))－プリズム高)×1．5
P2＝Pの大気中距離がプラス
(P2＝P3＋P4)
P距離誤差
(P＝(P1－P2)＊cos(r)　)
P3＝tan(r)＊sin(i)
P4＝h－h＊cos(i)

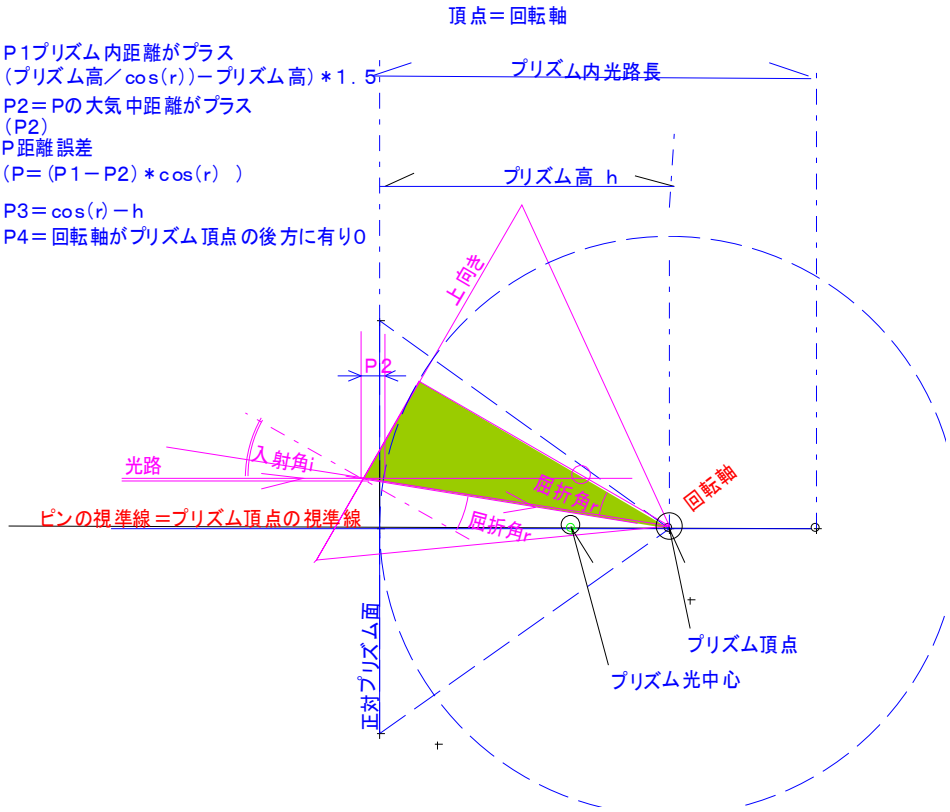


C　距離誤差

P1プリズム内距離がプラス
(プリズム高／cos(r))－プリズム高)＊1．5
P2＝Pの大気中距離がプラス
(P2＝P3＋P4)
P距離誤差
(P＝(P1－P2)＊cos(r)　)
P3＝h／1．5／cos(i)－h／1．5
P4＝h／3－h／3＊cos(i)



D　距離誤差



距離誤差　01

距離誤差が生じる理由はプリズム面が回転することによりプリズム光路長が長くなるため。
プリズムのタイプに関係なくプリズムが回転するとプリズム面がせり出す、この量は大気中距離からマイナスされる。
プリズム頂点が後退する、この量はプリズム傾きで計算される。

表は入射角20°　でプリズムサイズ3インチの誤差を計算

A

5	屈折率	1.5	
6	プリズム高h mm	58	
7	入射角°　i	20	
8	屈折角°　r	13.1801422	13°　10′　49″
9	プリズム傾きの＋距離　P1	2.35	
10	プリズム傾きの－距離　P2	1.03	
11	プリズム距離誤差 P=P1-P2	1.29	

B

5	屈折率	1.5	
6	プリズム高h mm	58	
7	入射角°　i	20	
8	屈折角°　r	13.1801422	13°　10′　49″
9	プリズム傾きの＋距離　p1	2.35	
10	プリズム傾きの－距離　p2	1.15	
11	プリズム距離誤差 P=P1-P2	1.17	

C

5	屈折率	1.5	
6	プリズム高h mm	58	
7	入射角°　i	20	
8	屈折角°　r	13.1801422	13°　10′　49″
9	プリズム傾きの＋距離　p1	2.35	
10	プリズム傾きの－距離　p2	1.32	
11	プリズム距離誤差 P=P1-P2	1.01	

D

5	屈折率	1.5	
6	プリズム高h mm	58	
7	入射角°　i	20	
8	屈折角°　r	13.1801422	13°　10′　49″
9	プリズム傾きの＋距離　p1	2.35	
10	プリズム傾きの－距離　p2	1.57	
11	プリズム距離誤差 P=P1-P2	0.76	

距離誤差の小さいのはDタイプだが、このタイプで市販されているものはない。
市販タイプで距離誤差の小さいのはCタイプになる。

距離誤差　02

表は入射角20°でプリズムサイズ別の誤差を計算

A　常数0　1.5インチ

5	屈折率	1.5	
6	プリズム高h mm	28.5	
7	入射角° i	20	
8	屈折角° r	13.1801422	13° 10′ 49″
9	プリズム傾きの＋距離　P1	1.16	
10	プリズム傾きの－距離　P2	0.51	
11	プリズム距離誤差 P=P1-P2	0.63	

B　プリズム面がピンの中心　1インチ

5	屈折率	1.5	
6	プリズム高h mm	20	
7	入射角° i	20	
8	屈折角° r	13.1801422	13° 10′ 49″
9	プリズム傾きの＋距離　p1	0.81	
10	プリズム傾きの－距離　p2	0.40	
11	プリズム距離誤差 P=P1-P2	0.40	

C　プリズム光中心がピンの中心　0.5インチ

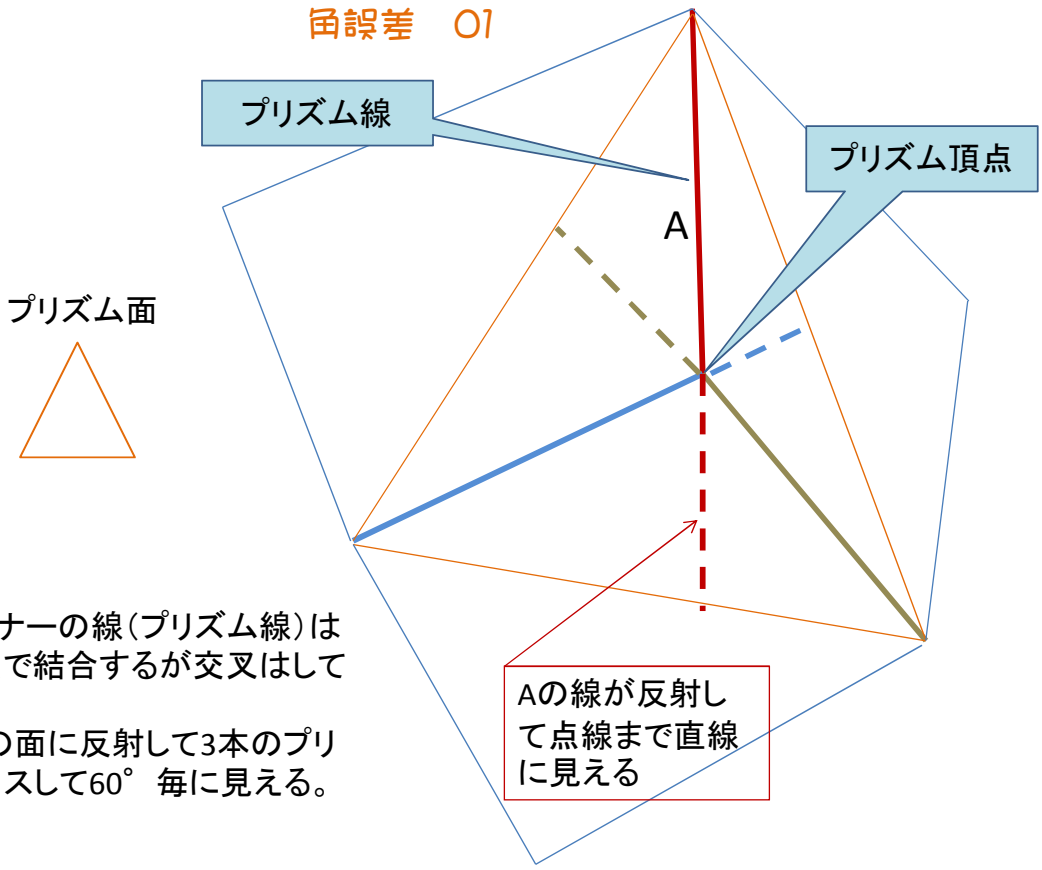
5	屈折率	1.5	
6	プリズム高h mm	8.5	
7	入射角° i	20	
8	屈折角° r	13.1801422	13° 10′ 49″
9	プリズム傾きの＋距離　p1	0.34	
10	プリズム傾きの－距離　p2	0.19	
11	プリズム距離誤差 P=P1-P2	0.15	

D　プリズム頂点がピンの中心　3インチ

5	屈折率	1.5	
6	プリズム高h mm	58	
7	入射角° i	20	
8	屈折角° r	13.1801422	13° 10′ 49″
9	プリズム傾きの＋距離　p1	2.35	
10	プリズム傾きの－距離　p2	1.57	
11	プリズム距離誤差 P=P1-P2	0.76	

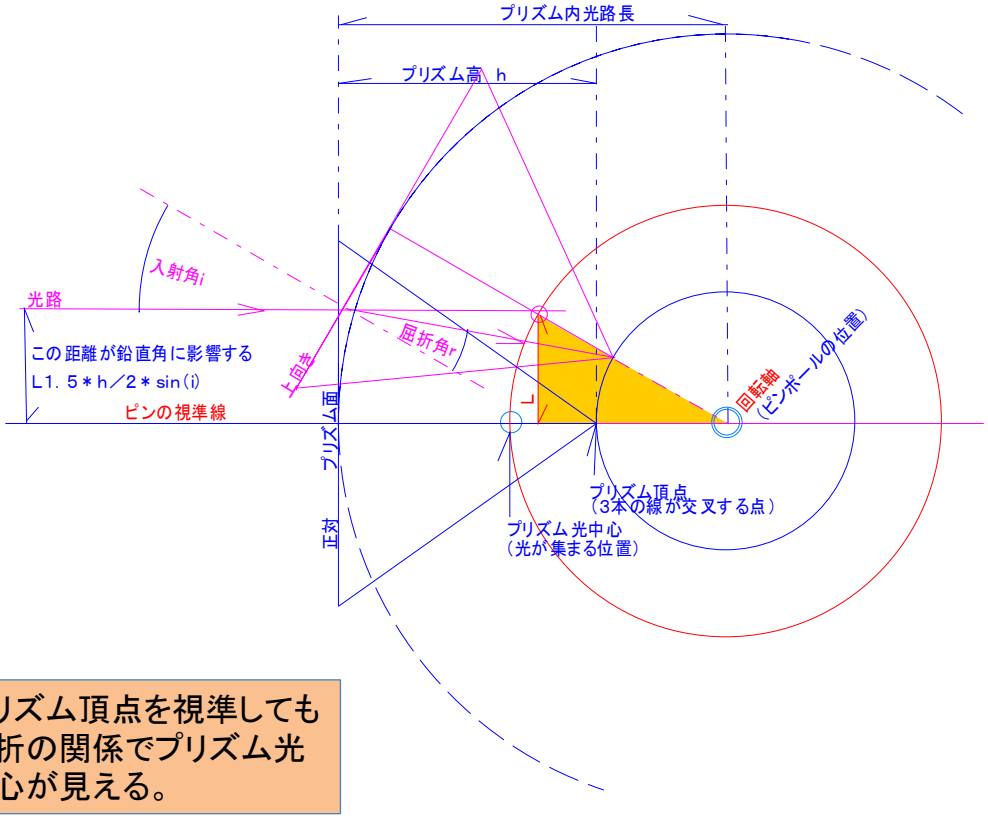
距離誤差で小さいのはCタイプである。

角誤差　01



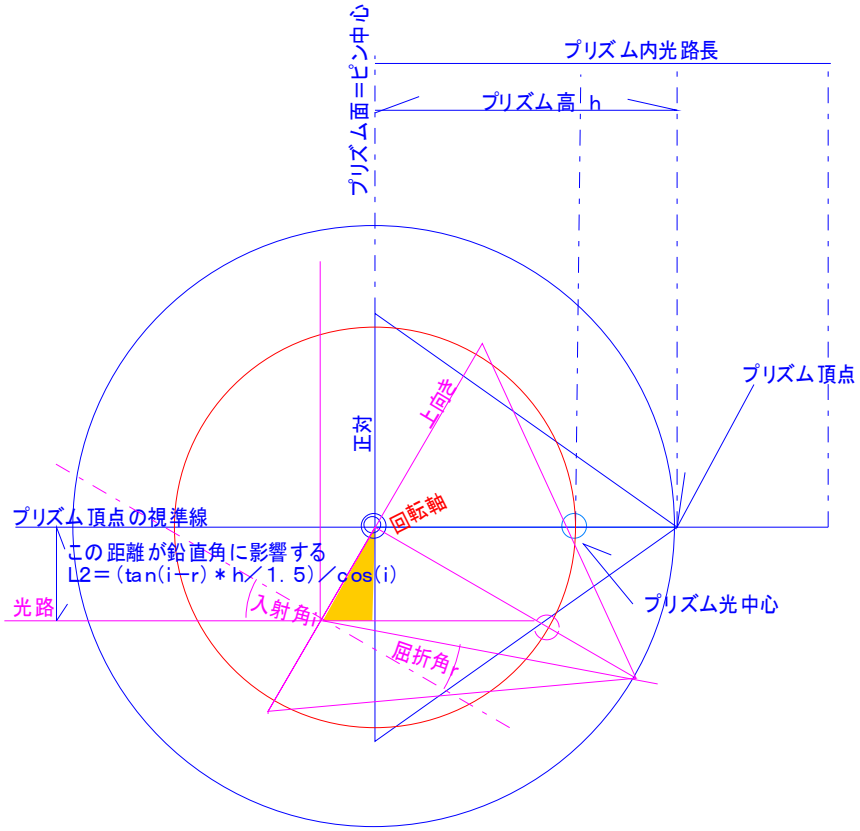
プリズムコーナーの線（プリズム線）はプリズム頂点で結合するが交叉はしていない。
見た目は向の面に反射して3本のプリズム線がクロスして60°毎に見える。

Aタイプ　角誤差

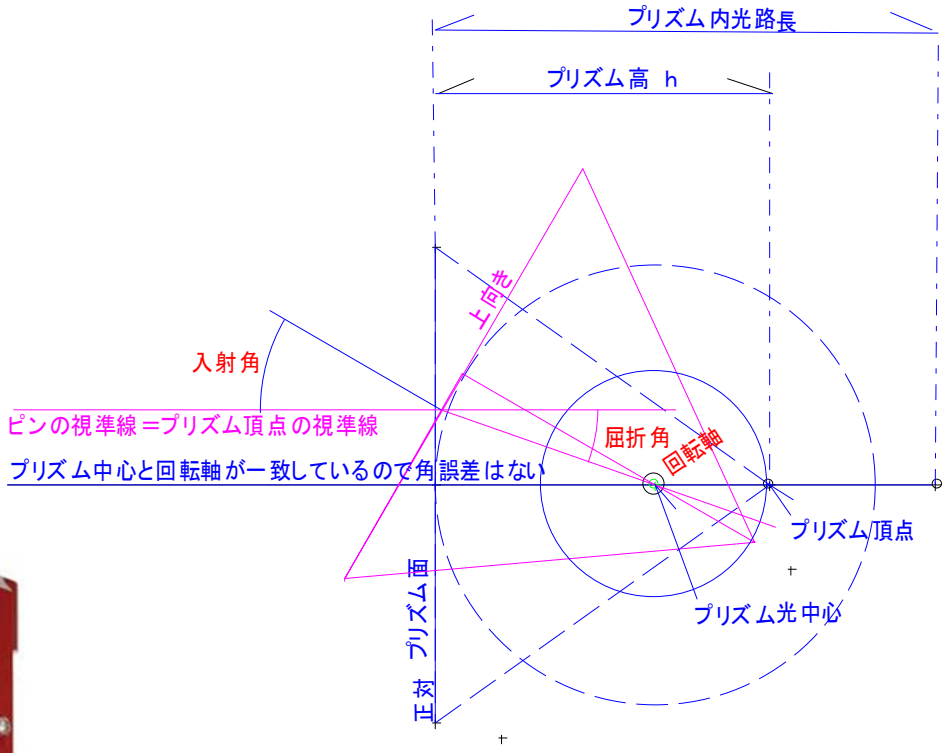


プリズム頂点を視準しても
屈折の関係でプリズム光
中心が見える。

B　角誤差

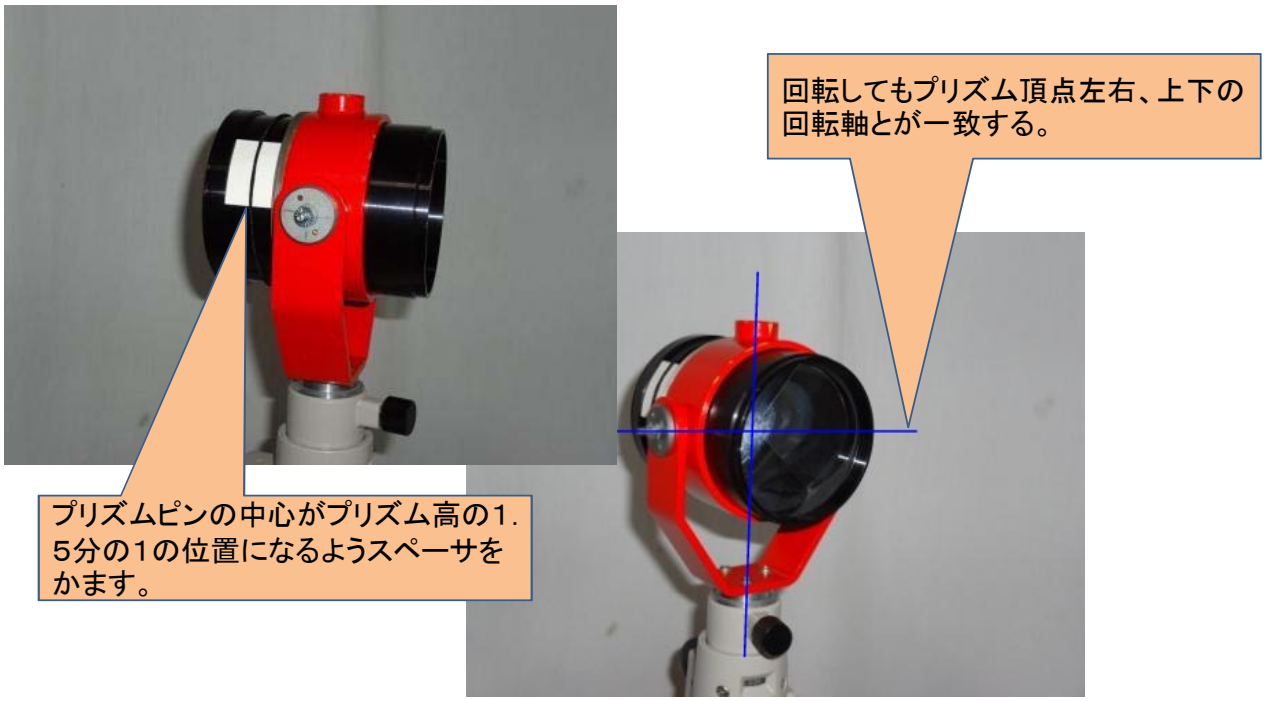


C　角誤差

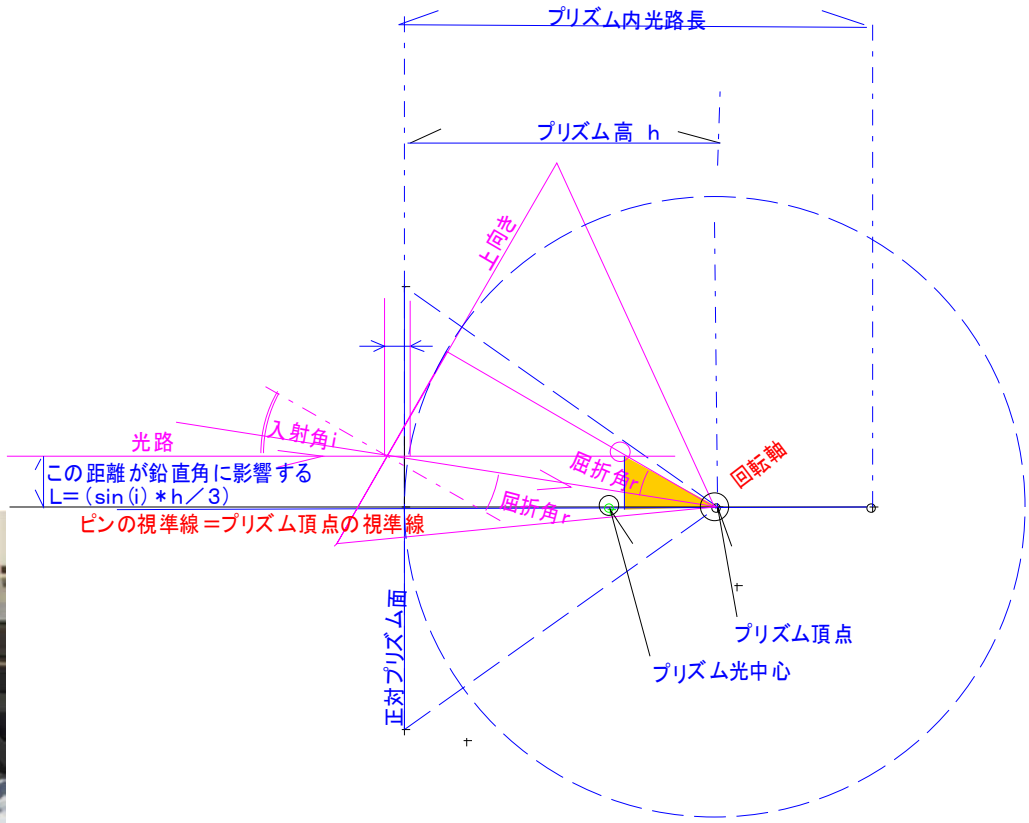


理論値は3インチプリズムで確認した

回転軸がプリズム面から3分の2の位置に有ると測角誤差（水平、鉛直）が無くなるか確かめた。

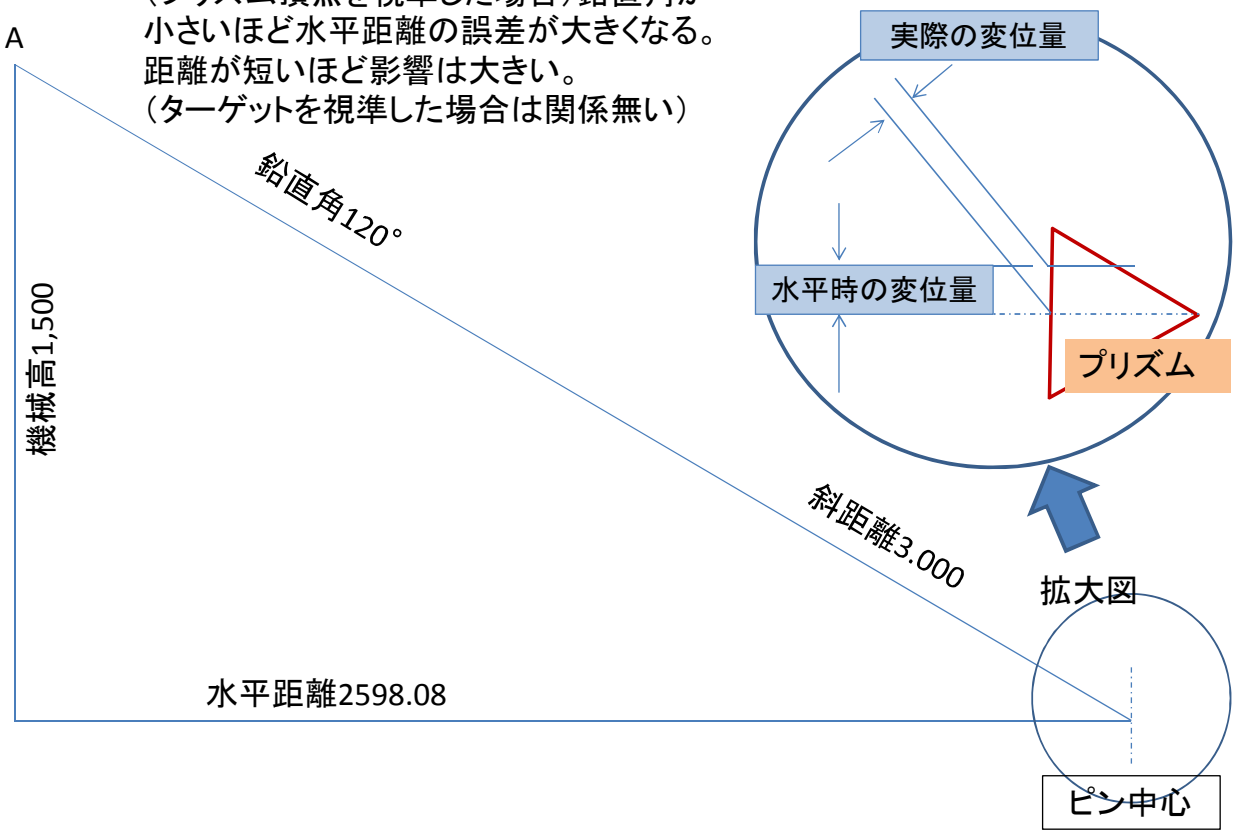


D　角誤差



鉛直角による角誤差

（プリズム頂点を視準した場合）鉛直角が
小さいほど水平距離の誤差が大きくなる。
距離が短いほど影響は大きい。
（ターゲットを視準した場合は関係無い）



計算結果　01

1.5インチで3常数0でプリズム高を計算した

A　常数0　1.5インチ

5	屈折率	1.5	
6	プリズム高h mm	28.5	
7	入射角° i	20	
8	屈折角° r	13.1801422	13° 10′ 49″
9	プリズム傾きの＋距離　P1	1.16	
10	プリズム傾きの－距離　P2	0.51	
11	プリズム距離誤差 P=P1-P2	0.63	
	距離誤差はプリズム高と回転軸の位置によって決まります		
13	正対光路長　L1	42.75	
14	光路中心距離　L2	19.00	
15	斜めの変移量　L3=L1- L2	23.75	
16	プリズム頂点の変移量　L	8.12	(L1- L2)*sin i
	変移量はプリズムタイプによって変わります		
18	天頂0°　からの鉛直角度　β°	115	
19	TS～回転軸斜距離S　mm	3000	
	鉛直角βは距離Sによって変えてください		
21	補正角　α1°	0.14060201	0° 8′ 26″
22	プリズム頂点視準の天頂角上	114.859398	114° 51′ 34″
23	プリズム頂点視準の天頂角下	115.140602	115° 8′ 26″
25	水平距離(正対時)	2718.9	差
26	水平距離(ターゲット視準)	2719.5	0.6
27	水平距離(P頂点視準)上向	2722.6	3.7
28	水平距離(P頂点視準)下向	2716.4	-2.5

A　常数0　1.5インチ

5	屈折率	1.5	
6	プリズム高h mm	28.5	
7	入射角° i	20	
8	屈折角° r	13.1801422	13° 10′ 49″
9	プリズム傾きの＋距離　P1	1.16	
10	プリズム傾きの－距離　P2	0.51	
11	プリズム距離誤差 P=P1-P2	0.63	
	距離誤差はプリズム高と回転軸の位置によって決まります		
13	正対光路長　L1	42.75	
14	光路中心距離　L2	19.00	
15	斜めの変移量　L3=L1- L2	23.75	
16	プリズム頂点の変移量　L	8.12	(L1- L2)*sin i
	変移量はプリズムタイプによって変わります		
18	天頂0°　からの鉛直角度　β°	98	
19	TS～回転軸斜距離S　mm	10000	
	鉛直角βは距離Sによって変えてください		
21	補正角　α1°	0.04608829	0° 2′ 46″
22	プリズム頂点視準の天頂角上	97.9539117	97° 57′ 14″
23	プリズム頂点視準の天頂角下	98.0460883	98° 2′ 46″
25	水平距離(正対時)	9902.7	差
26	水平距離(ターゲット視準)	9903.3	0.6
27	水平距離(P頂点視準)上向	9904.4	1.7
28	水平距離(P頂点視準)下向	9902.2	-0.5

計算結果　02

1インチで常数－30でプリズム高を計算した

B　プリズム面がピンの中心　1インチ

5	屈折率	1.5	
6	プリズム高h mm	20	
7	入射角° i	20	
8	屈折角° r	13.1801422	13° 10′ 49″
9	プリズム傾きの＋距離　p1	0.81	
10	プリズム傾きの－距離　p2	0.40	
11	プリズム距離誤差 P=P1-P2	0.40	
	距離誤差はプリズム高と回転軸の位置によって決まります		
16	プリズム頂点の変移量　L	4.56	(h)*sin r
	変移量はプリズムタイプによって変わります		
18	天頂0°　からの鉛直角度　β°	115	
19	TS～回転軸斜距離S　mm	3000	
	鉛直角βは距離Sによって変えてください		
21	補正角　α1°	0.07893457	0° 4′ 44″
22	プリズム頂点視準の天頂角	115.078935	115° 4′ 44″
23	プリズム頂点視準の天頂角	114.921065	114° 55′ 16″
25	水平距離(正対時)	2718.9	差
26	水平距離(ターゲット視準)	2719.3	0.4
27	水平距離(P頂点視準)上向	2717.5	-1.4
28	水平距離(P頂点視準)下向	2721.0	2.1

B　プリズム面がピンの中心　1インチ

5	屈折率	1.5	
6	プリズム高h mm	20	
7	入射角° i	20	
8	屈折角° r	13.1801422	13° 10′ 49″
9	プリズム傾きの＋距離　p1	0.81	
10	プリズム傾きの－距離　p2	0.40	
11	プリズム距離誤差 P=P1-P2	0.40	
	距離誤差はプリズム高と回転軸の位置によって決まります		
16	プリズム頂点の変移量　L	4.56	(h)*sin r
	変移量はプリズムタイプによって変わります		
18	天頂0°　からの鉛直角度　β°	98	
19	TS～回転軸斜距離S　mm	10000	
	鉛直角βは距離Sによって変えてください		
21	補正角　α1°	0.02587413	0° 1′ 33″
22	プリズム頂点視準の天頂角	98.0258741	98° 1′ 33″
23	プリズム頂点視準の天頂角	97.9741259	97° 58′ 27″
25	水平距離(正対時)	9902.7	差
26	水平距離(ターゲット視準)	9903.1	0.4
27	水平距離(P頂点視準)上向	9902.5	-0.2
28	水平距離(P頂点視準)下向	9903.7	1.0

計算結果　03

常数ー7でプリズム高を計算した

C　プリズム光中心がピンの中心　　0.5インチ

5	屈折率	1.5	
6	プリズム高h mm	8.5	
7	入射角°　i	20	
8	屈折角°　r	13.1801422	13°　10′　49″
9	プリズム傾きの＋距離　p1	0.34	
10	プリズム傾きの－距離　p2	0.19	
11	プリズム距離誤差 P=P1−P2	0.15	
	距離誤差はプリズム高と回転軸の位置によって決まります		
16	プリズム頂点の変移量　L		変移量は0です
	変移量はプリズムタイプによって変わります		
18	天頂0°　からの鉛直角度　β°	115.0000	
19	TS～回転軸斜距離S　mm	3000	
	鉛直角βは距離Sによって変えてください		
21	補正角　α1°	0	0°　0′　0″
22	プリズム頂点視準の天頂角	115	115°　0′　0″
23	プリズム頂点視準の天頂角	115	115°　0′　0″
	このタイプは補正角は0です		
25	水平距離(正対時)	2718.9	差
26	水平距離(ターゲット視準)	2719.1	0.1
27	水平距離(P頂点視準)上向	2719.1	0.1
28	水平距離(P頂点視準)下向	2719.1	0.1

C　プリズム光中心がピンの中心　　0.5インチ

5	屈折率	1.5	
6	プリズム高h mm	8.5	
7	入射角°　i	20	
8	屈折角°　r	13.1801422	13°　10′　49″
9	プリズム傾きの＋距離　p1	0.34	
10	プリズム傾きの－距離　p2	0.19	
11	プリズム距離誤差 P=P1−P2	0.15	
	距離誤差はプリズム高と回転軸の位置によって決まります		
16	プリズム頂点の変移量　L		変移量は0です
	変移量はプリズムタイプによって変わります		
18	天頂0°　からの鉛直角度　β°	98.0000	
19	TS～回転軸斜距離S　mm	10000	
	鉛直角βは距離Sによって変えてください		
21	補正角　α1°	0	0°　0′　0″
22	プリズム頂点視準の天頂角	98	98°　0′　0″
23	プリズム頂点視準の天頂角	98	98°　0′　0″
	このタイプは補正角は0です		
25	水平距離(正対時)	9902.7	差
26	水平距離(ターゲット視準)	9902.8	0.1
27	水平距離(P頂点視準)上向	9902.8	0.1
28	水平距離(P頂点視準)下向	9902.8	0.1

計算結果　04

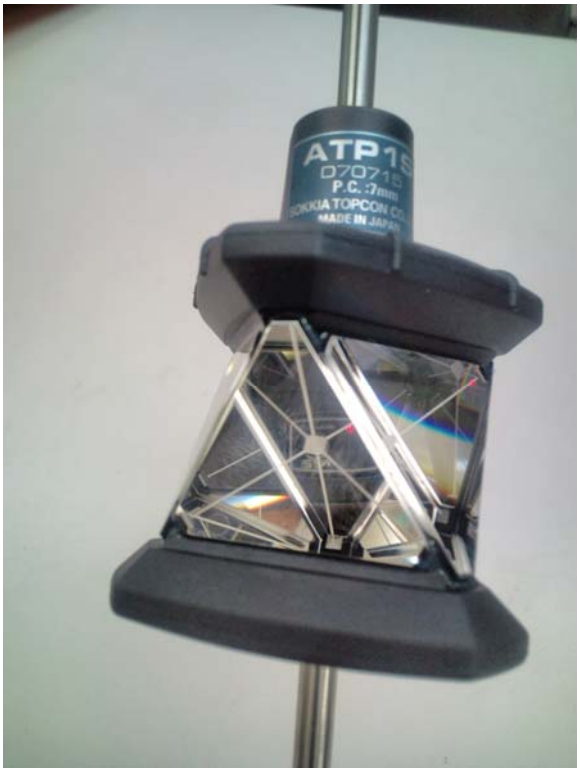
ミニプリズムにこのタイプはない

D　プリズム頂点がピンの中心　　3インチ

5	屈折率	1.5	
6	プリズム高h mm	58	
7	入射角°　i	20	
8	屈折角°　r	13.1801422	13°　10′　49″
9	プリズム傾きの＋距離　p1	2.35	
10	プリズム傾きの－距離　p2	1.57	
11	プリズム距離誤差 P=P1−P2	0.76	
	距離誤差はプリズム高と回転軸の位置によって決まります		
16	プリズム頂点の変移量　L	6.21	
	変移量はプリズムタイプによって変わります		
18	天頂0°　からの鉛直角度　β°	115	
19	TS～回転軸斜距離S　mm	3000	
	鉛直角βは距離Sによって変えてください		
21	補正角　α1°	0.10755258	0°　6′　27″
22	プリズム頂点視準の天頂角	114.892447	114°　53′　33″
23	プリズム頂点視準の天頂角	115.107553	115°　6′　27″
25	水平距離(正対時)	2718.9	差
26	水平距離(ターゲット視準)	2719.6	0.7
27	水平距離(P頂点視準)上向	2722.0	3.1
28	水平距離(P頂点視準)下向	2717.2	−1.7

D　プリズム頂点がピンの中心　　3インチ

5	屈折率	1.5	
6	プリズム高h mm	58	
7	入射角°　i	20	
8	屈折角°　r	13.1801422	13°　10′　49″
9	プリズム傾きの＋距離　p1	2.35	
10	プリズム傾きの－距離　p2	1.57	
11	プリズム距離誤差 P=P1−P2	0.76	
	距離誤差はプリズム高と回転軸の位置によって決まります		
16	プリズム頂点の変移量　L	6.21	
	変移量はプリズムタイプによって変わります		
18	天頂0°　からの鉛直角度　β°	98	
19	TS～回転軸斜距離S　mm	10000	
	鉛直角βは距離Sによって変えてください		
21	補正角　α1°	0.03525491	0°　2′　7″
22	プリズム頂点視準の天頂角	97.9647451	97°　57′　53″
23	プリズム頂点視準の天頂角	98.0352549	98°　2′　7″
25	水平距離(正対時)	9902.7	差
26	水平距離(ターゲット視準)	9903.4	0.8
27	水平距離(P頂点視準)上向	9904.3	1.6
28	水平距離(P頂点視準)下向	9902.6	−0.1

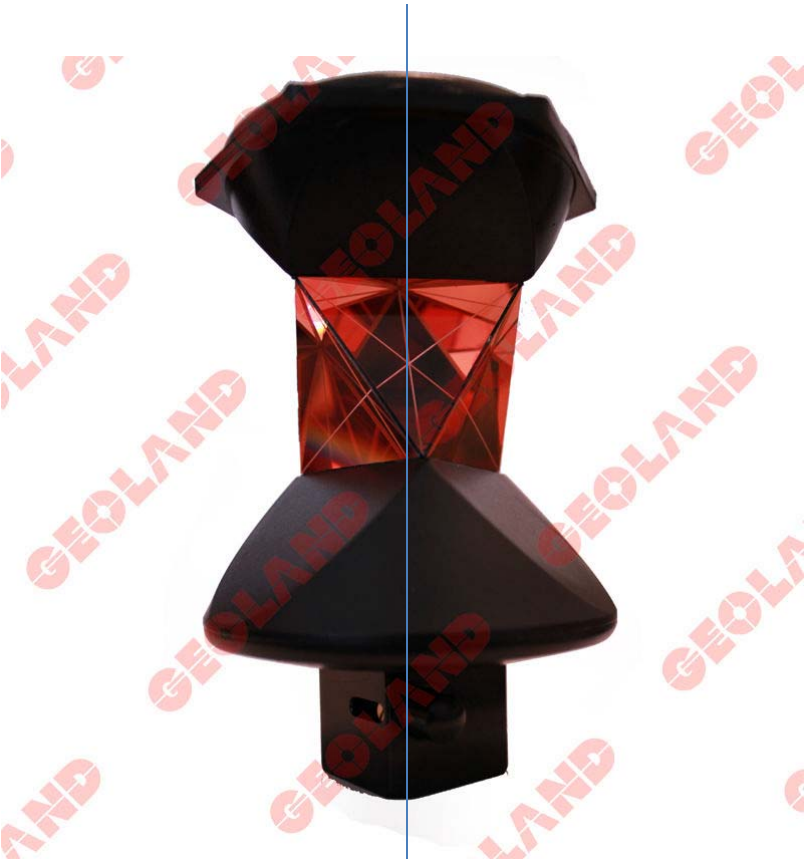


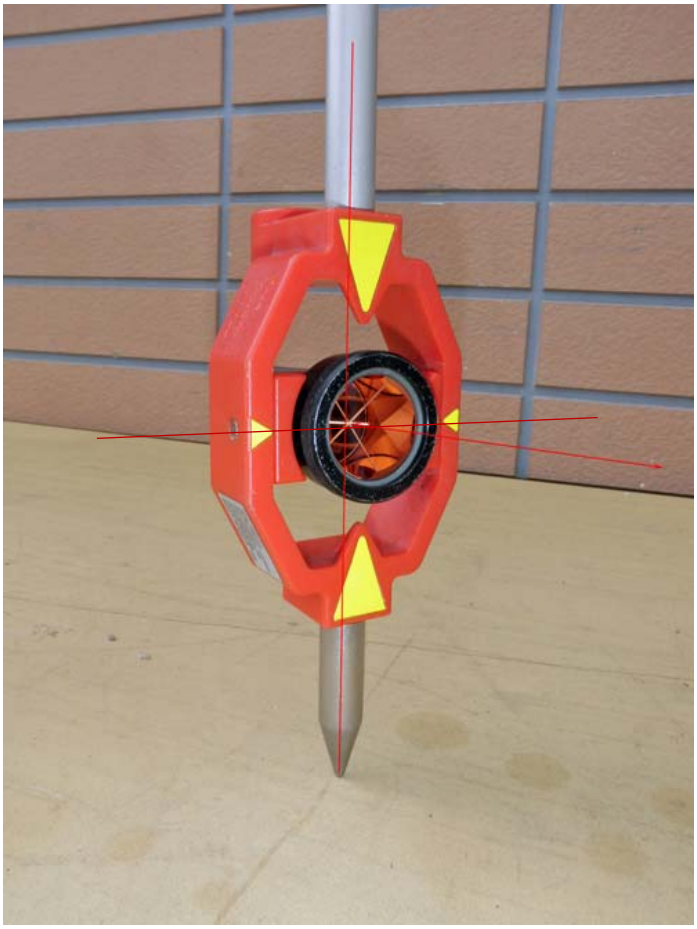
ｿｷｱ製360°ﾌﾟﾘｽﾞﾑ　ATP1Sです。
常数―7mm、上下ｽﾗｲﾄﾞ式で稼動範囲は30cmです。

360°ﾌﾟﾘｽﾞﾑなのにｽﾗｲﾄﾞできるなんて最初は信じられませんでしたが、ﾕｰｻﾞｰからはかなり高い評価を頂いてます。気泡管も付いていますし、ﾜﾝﾀｯﾁﾛｯｸなのでｽﾗｲﾄﾞも簡単です！

このﾌﾟﾘｽﾞﾑは6個のﾌﾟﾘｽﾞﾑの組合せで出来ていまして、視準の中心点のｽﾞﾚを最小限にしています。
中心点を見ながらｸﾞﾙｯと回すと上下に動いているのが分かります。このｽﾞﾚがこのATP12は他社のと比べるとかなり少ないのです。

プリズム定数　-4mm(絶対定数)
構造　接着による貼り付け(6個)、銅コーティング仕上げ(裏面)
全長　30mm
直径　φ 27.6mm
気泡管感度　45' ± 2'/2mm





偏心量が0のプリズムもあります。
ただし、プリズム定数が17.5mmと中途半端ですけど。
TSで1mm単位の設定をしますので0.5mmは設定出来ないのがネック。

ちなみにライカジオシステムズ製です。